



TEOREMA PARA EL DISEÑO DE REGULADORES AUTO-SINTONIZABLES PARA ROBOTS MANIPULADORES

Carlos Muñoz Montero * y Fernando Reyes Cortés **

* Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica
Coordinación de Electrónica

Luis Enrique Erro No. 1, Tonantzintla Puebla.

Tel. (52)(2)2-470-517

cmuniz@hotmail.com

** Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Grupo de Robótica de la Escuela de Ciencias de la Electrónica

Apdo. postal 542 Puebla, Puebla 72001, México

Tel/Fax +52 (2) 2 29 55 00 ext 7400

freyes@ece.buap.mx

RESUMEN

Se propone un nuevo teorema para el diseño de reguladores que garantiza estabilidad asintótica. El teorema reduce enormemente el esfuerzo de diseño y permite proponer un número ilimitado de reguladores. Se demuestra que la aplicación conjunta del teorema y redes neuronales habilitan a un manipulador de dos grados de libertad para escribir y dibujar en un plano, al tiempo que las constantes proporcionales y derivativas se ajustan automáticamente. Se presenta un nuevo regulador.

1. INTRODUCCION

El control de posición o regulación consiste en posicionar el efector final de un robot manipulador en una posición deseada fija y constante en el tiempo, sin importar las condiciones iniciales. Puede considerarse como un caso particular del control de movimiento (también denominado control de seguimiento), en el cual el efector final sigue una trayectoria sin interactuar con el medio. En las dos décadas pasadas, los investigadores han desarrollado algoritmos para estos dos tipos de control [1]; en ambos casos, se propone la ley de control y se procede a realizar la prueba de estabilidad, comúnmente, mediante el segundo teorema de Lyapunov [1]. Esta metodología no es del todo eficiente, ya que no existen lineamientos claros de cómo elegir la ley de control y la función candidata de Lyapunov, lo que exige toda la experiencia del diseñador. En este trabajo se propone una nueva metodología que se sustenta en un nuevo teorema para el diseño de leyes de control de posición. El teorema propone una estructura general para la ley de control que modifica las ganancias proporcionales en función del error de posición y las derivativas en función de la posición deseada. El diseñador puede proponer estas

funciones y, si satisfacen las hipótesis del teorema, la demostración de estabilidad es inmediata. Como una prueba del poder de este teorema se proponen dos nuevos reguladores y se habilita a un manipulador de dos grados de libertad para escribir la palabra **robot** y dibujar un **mapa de la república mexicana**, todo esto a partir de redes neuronales radiales (RBFN).

La estructura de este trabajo es la siguiente: la sección 2 presenta el modelo dinámico del manipulador, la sección 3 discute el problema de seguimiento y los modelos neuronales para las trayectorias elegidas; la sección 4 enuncia y demuestra el teorema, y propone un nuevo regulador neuronal. La sección 5 presenta resultados experimentales en un manipulador de dos grados de libertad. Finalmente en la sección 6 se enuncian las conclusiones.

2. DINAMICA DEL ROBOT

La dinámica de un robot rígido de n eslabones de revolución se expresa como [1]:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{f}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{t}) = \mathbf{t}, \quad (1)$$

con $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ denotando los vectores de posición, velocidad y aceleración de los eslabones respectivamente, $M(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matriz de inercia, $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^n$ la matriz de Coriolis-Centripeta, $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^n$ el gradiente de la energía potencial, $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^n$ el vector de torques de entrada y $\mathbf{f}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{t}) \in \mathbb{R}^n$ los términos de fricción, mismos que son descentralizados, esto es,

$$\mathbf{f}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{t}) = [f_1(\dot{q}_1, t_1), \dots, f_n(\dot{q}_n, t_n)]^T, \quad (2)$$



por lo que se asumen los modelos comunes de fricción de Coulomb y estática. La dinámica también puede ser expresada en forma de conservación de energía [1]:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} [\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}] = \dot{\mathbf{q}}^T (\mathbf{t} - \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{f}(\dot{\mathbf{q}})), \quad (3)$$

donde el lado izquierdo de esta expresión representa la derivada de la energía cinética del manipulador, mientras que el lado derecho corresponde a la potencia aplicada por los actuadores menos la potencia disipada por gravedad y fricción.

3. SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS

El seguimiento de trayectorias es un problema complejo que requiere de leyes de control de movimiento adaptables. Recientemente hemos propuesto una metodología para resolver este problema de forma sencilla a partir de reguladores [2], esta metodología básicamente consiste en modificar punto a punto la posición deseada a partir de la Cinemática Inversa del manipulador. En este trabajo se usa esta metodología para seguir las dos trayectorias de la figura 1.

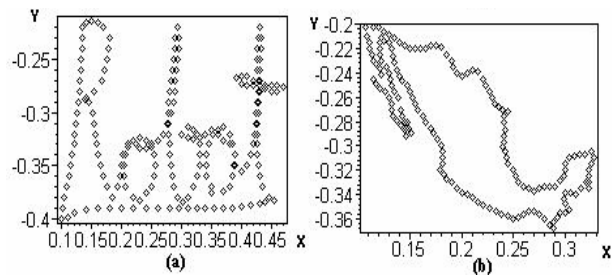


Fig. 1 Trayectorias deseadas (a) robot, (b) mapa.

Estas trayectorias son interpoladas a partir de redes neuronales radiales (RBFN). Los modelos neuronales tienen la forma:

$$x, y = \sum_{j=1}^N w_j^{x,y} \exp\left(-\frac{\|t - C_j^{x,y}\|^2}{s_j^2}\right), \quad (4)$$

donde x y y son las coordenadas cartesianas, t el tiempo, C_j el centro de la j -ésima función Gaussiana, s_j el parámetro que controla el ancho de la j -ésima Gaussiana y w_j el j -ésimo peso de la red neuronal. Todos estos parámetros se entrenan mediante el algoritmo del descenso del gradiente [3].

4. TEOREMA

Considere la expresión (2). Sean la función candidata de Lyapunov y la ley de control

$$V(\mathbf{q}, \tilde{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + V_\psi(\tilde{\mathbf{q}}), \quad (5)$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{t}_\psi(\tilde{\mathbf{q}}) \tilde{\mathbf{q}}$$

donde \mathbf{q}_d y $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$ son los n -vectores de posición deseada y error de posición, respectivamente, y $\mathbf{K}_v = \mathbf{K}_v^T > \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. V_ψ , \mathbf{t}_ψ se denominan función de Lyapunov y torque auxiliares. Aplicando el segundo método de Lyapunov a (5) y combinando con (3) se obtiene, luego de un poco de álgebra:

$$\dot{V}(\mathbf{q}, \tilde{\mathbf{q}}) = -\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{t}_\psi(\tilde{\mathbf{q}}) - \frac{\partial [V_\psi(\tilde{\mathbf{q}})]^T}{\partial \tilde{\mathbf{q}}} \tilde{\mathbf{q}}. \quad (6)$$

Se desea demostrar que existe al menos un \mathbf{t}_ψ tal que:

$$\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{t}_\psi(\tilde{\mathbf{q}}) = \frac{\partial [V_\psi(\tilde{\mathbf{q}})]^T}{\partial \tilde{\mathbf{q}}} \tilde{\mathbf{q}}, \quad (7)$$

si este es el caso, entonces:

$$\dot{V}(\mathbf{q}, \tilde{\mathbf{q}}) = -\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{q}} \leq 0, \quad (8)$$

que garantiza estabilidad del punto de equilibrio, si este existe. La ecuación de lazo cerrado combinando (1) y (5) resulta:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} [\mathbf{t}_\psi - \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}] \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Se asume que esta ecuación tiene un punto de equilibrio en el origen, entonces, aplicando el teorema de LaSalle a la región:

$$\begin{aligned} \Omega &= \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n} : \dot{V}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) = 0 \right\} \\ &= \{ \tilde{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n, \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^n \}, \end{aligned} \quad (10)$$

se demuestra la estabilidad asintótica global. Se desea entonces encontrar las funciones de Lyapunov y el torque auxiliares tales que (7) y (10) se satisfagan al tiempo que



se garantice la existencia del punto de equilibrio en el origen.

Teorema: Sean $f_i(\tilde{q}_i) > 0$, $u_i(\tilde{q}_i)$ funciones reales de variable real continuas tales que su primera derivada con respecto a \tilde{q}_i existe y es continua para todo $i=1,2,..n$. Supóngase que $u_i(\tilde{q}_i)$ evaluada en $\tilde{q}_i = 0$ es igual a cero para todo $i=1,2,..n$. Sea la dinámica de un manipulador de revolución de n eslabones rígidos expresada en el sistema de variables de estado

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{q} \\ \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} [\mathbf{t} - \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{f}(\mathbf{q}, \mathbf{t}) - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{q})\mathbf{q}] \end{bmatrix}, \quad (11)$$

entonces la ley de control de regulación:

$$\mathbf{t} = \mathbf{K}_c(\tilde{\mathbf{q}})\mathbf{G}(\tilde{\mathbf{q}}) - \mathbf{K}_v(\mathbf{q}_d)\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{f}(\mathbf{q}, \mathbf{t}), \quad (12)$$

$$\mathbf{K}_c(\tilde{\mathbf{q}}) = \text{diag} \left[f_i(\tilde{q}_i) \frac{\mathbb{1} u_i(\tilde{q}_i)}{\mathbb{1} \tilde{q}_i} + \frac{1}{2} \frac{\mathbb{1} f_i(\tilde{q}_i)}{\mathbb{1} \tilde{q}_i} u_i(\tilde{q}_i) \right] \quad (13)$$

$$\mathbf{G}(\tilde{\mathbf{q}}) = [u_1(\tilde{q}_1), \dots, u_i(\tilde{q}_i), \dots, u_n(\tilde{q}_n)]^T, \quad (14)$$

con $\mathbf{K}_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^n$, garantiza la existencia única y estabilidad asintótica local en el sentido de Lyapunov del punto de equilibrio:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}^T & \mathbf{q}^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix}^T. \quad (15)$$

Prueba: Sean

$$V_\Psi = \frac{1}{2} \mathbf{G}^T(\tilde{\mathbf{q}}) \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{q}}) \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{q}}) > 0, \quad (16)$$

$$\mathbf{F}(\tilde{\mathbf{q}}) = \text{diag}[f_i(\tilde{q}_i)] > \mathbf{0}, \quad \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (17)$$

Derivando con respecto al tiempo se obtiene:

$$\dot{V}_\Psi = \dot{\mathbf{G}}^T(\tilde{\mathbf{q}}) \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{q}}) \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{q}}) + \frac{1}{2} \mathbf{G}^T(\tilde{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{F}}(\tilde{\mathbf{q}}) \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{q}}). \quad (18)$$

Dado que el vector \mathbf{G} y la matriz \mathbf{F} son descentralizados:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{G}}(\tilde{\mathbf{q}}) &= \left[-\dot{q}_1 \frac{\partial u_1(\tilde{q}_1)}{\partial \tilde{q}_1}, \dots, -\dot{q}_n \frac{\partial u_n(\tilde{q}_n)}{\partial \tilde{q}_n} \right]^T \\ &= -\text{diag} \left[\frac{\partial u_i(\tilde{q}_i)}{\partial \tilde{q}_i} \right] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (19)$$



$$\dot{\mathbf{F}}(\tilde{\mathbf{q}}) = -\text{diag} \left[\frac{\partial f_i(\tilde{q}_i)}{\partial \tilde{q}_i} \right] \text{diag} \left[\dot{q}_i \right]. \quad (20)$$

Sustituyendo (19) y (20) en (18), considerando que las matrices diagonales son conmutativas y después de algo de álgebra:

$$\begin{aligned} \dot{V}_\Psi &= -\dot{\mathbf{q}}^T \left(\text{diag} \left[\begin{array}{c} f_i(\tilde{q}_i) \frac{\mathbb{1} u_i(\tilde{q}_i)}{\mathbb{1} \tilde{q}_i} + \\ \frac{1}{2} \frac{\mathbb{1} f_i(\tilde{q}_i)}{\mathbb{1} \tilde{q}_i} u_i(\tilde{q}_i) \end{array} \right] \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{q}}) \right) \\ &= -\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{t}_\Psi(\tilde{\mathbf{q}}) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\mathbf{t}_\Psi(\tilde{\mathbf{q}}) = \mathbf{K}_c(\tilde{\mathbf{q}}), \quad (22)$$

con lo que se satisface (7). Las hipótesis de este teorema garantizan la existencia del punto de equilibrio (15) y de (8) y (10) se garantiza estabilidad asintótica global.

Ejemplo: Ley de control NeuronalP-NeuronalD.

Sean $f_i(\tilde{q}_i) = f_i(q_d) = K_{ci}(q_d) > 0$, y $\mathbf{G}(\tilde{\mathbf{q}}) = \tilde{\mathbf{q}}$. La ley de control (13) adquiere la forma:

$$\mathbf{t} = \mathbf{K}_p(\mathbf{q}_d)\tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_v(\mathbf{q}_d)\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{f}(\mathbf{q}, \mathbf{t}), \quad (23)$$

$$K_{pi}(\mathbf{q}_d) = \sum_{j=1}^N w_{i,j}^P \exp \left(\frac{\|\mathbf{q}_d - \mathbf{C}_{i,j}^P\|^2}{\mathbf{s}_{i,j}^P} \right), \quad (24)$$

$$K_{vi}(\mathbf{q}_d) = \sum_{j=1}^N w_{i,j}^V \exp \left(\frac{\|\mathbf{q}_d - \mathbf{C}_{i,j}^V\|^2}{\mathbf{s}_{i,j}^V} \right). \quad (25)$$

K_{pi} y K_{vi} son los elementos de las matrices diagonales \mathbf{K}_p y \mathbf{K}_v , formados por redes neuronales radiales.

5. DESARROLLO EXPERIMENTAL

Se ha diseñado y construido en la Universidad Autónoma de Puebla un sistema experimental para la investigación de algoritmos de control, el ROTRAD. Este es un manipulador de transmisión directa con dos grados de libertad que se mueve en una esfera de 1m. El robot consiste en eslabones de aluminio 6061 movidos por dos actuadores de transmisión directa de Parker Compumotor. Los servo actuadores son operados en modo de torque. La posición de los eslabones es



proporcionada por codificadores incrementales localizados en los motores. Las señales de velocidad son adquiridas por medio de un algoritmo de guarda a partir de la diferencia de posiciones. Es incluida una tarjeta de control de Precision MicroDynamic Inc. La ejecución de los algoritmos de control se lleva a cabo con un computador Pentium II de 333 Mhz. Los modelos matemáticos se escriben en lenguaje C con una razón de muestreo de 25 msec. Con el conocimiento del ROTRADI, solo se requiere el vector de pares gravitacionales [4]:

$$g(q) = 9.81 \begin{bmatrix} 0 \\ 3.921 \sin(q_1) + 0.186 \sin(q_1 + q_2) \\ 0.186 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} [Nm].$$

Para soportar el desarrollo teórico de esta investigación, se implementó la ley de control (23) en el manipulador ROTRADI y se realizó el seguimiento de las trayectorias de la figura 1. Estas trayectorias se interpolaron fuera de la aplicación a partir de (4) y el algoritmo del gradiente. El proceso duró 10 minutos en con un programa escrito en MAPLE y una computadora Pentium a 120 MHz. Se utilizó $N=40$. Por otro lado, las funciones K_{pi} y K_{vi} del controlador (23) se entrenan a partir de 25 posiciones deseadas distribuidas uniformemente en el espacio del trabajo del manipulador. Los datos de este entrenamiento se obtienen al sintonizar las constantes proporcionales y derivativas de un regulador PD [5]. Se obtienen las funciones de la figura 2 con $N=25$. En la figura 3 se muestra el desarrollo de este experimento con un tiempo de 80 segundos para cada seguimiento. Se observa un buen desempeño con errores de posición menores al 1%.

6. CONCLUSIONES

Se ha presentado un nuevo teorema que facilita enormemente el diseño de reguladores. Se ha demostrado que este teorema en conjunto con redes neuronales, permite el diseño de reguladores auto-sintonizables y faculta a manipuladores de dos grados de libertad para escribir y dibujar en un plano.

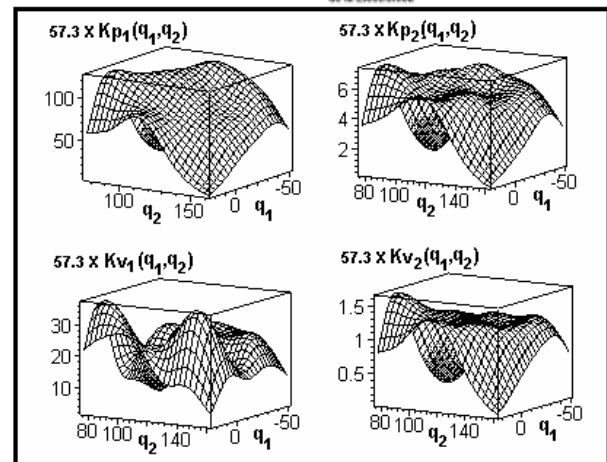


Fig. 2 Funciones entrenadas neuronalmente K_{pi} y K_{vi} .

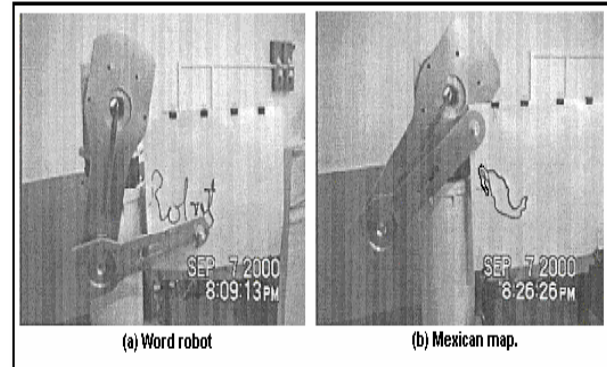


Fig. 3 ROTRADI y las trayectorias “robot” y “mapa”.

REFERENCIAS

- [1] M.W.Spong, M.Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*. (NY., John Wiley and Sons, 1989).
- [2] F.Reyes and C.Muniz, PD Controller for Robot Manipulators Based on Neural Networks. *Proc. SAAEI2001; Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación*, Matanzas Cuba, Sep. 2001.
- [3] C.Muñiz. *Control de Robots Manipuladores Basado en Redes Neuronales. Tesis de Licenciatura*. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Escuela de Ciencias de la Electrónica. Puebla, México. Dic. 2001.
- [4] F.Reyes, R.Kelly, Experimental evaluation of identification schemes on a direct drive robot, in *Robotica*. (Cambridge University Press, 1997, 563-571).
- [5] M.Takegaki, S.Arimoto, A new feedback method for dynamic control of manipulators, in; *J. Dyn. Syst. Meas. Control Trans, ASME* 103, 1981, 119-125.