

NUEVOS CONTROLADORES DE POSICIÓN PARA ROBOT MANIPULADORES BASADOS EN FUNCIONES HIPERBÓLICAS.

Luis E. Espinosa Maya, Jorge L. Barahona Avalos, Fernando Reyes Cortés
Facultad de Ciencias de la Electrónica-BUAP
Av. 18 Sur y San Claudio S/N, Puebla, Pue.
luiseem@ece.buap.mx, jbarahona@ece.buap.mx, freyes@ece.buap.mx

RESUMEN

En el presente artículo se presentan dos nuevos algoritmos de control de posición para robots manipuladores basados en funciones hiperbólicas. Ambos controladores presentan demostración formal de estabilidad mediante el método directo de Lyapunov. Adicionalmente, se presenta una comparación de los desempeños sobre resultados experimentales de ambos controladores y el tradicional PD, probados sobre un robot manipulador de transmisión directa de 3 G.D.L.

1. INTRODUCCION

El control de posición o regulación de posición en robots manipuladores es problema con gran impacto en la industria, por lo que desarrollar nuevos algoritmos de control que resuelvan dicho problema y que presente un mejor desempeño que el tradicional PD + compensación de gravedad, representa una aportación importante al desarrollo de la robótica.

Si bien controladores tradicionales como el PD o PID resuelven con éxito el problema de control de posición, nuevos algoritmos para eficaces y más fáciles de sintonizar son apreciados por su utilidad práctica. Motivados por este interés práctico, se desarrollaron nuevos algoritmos de control de posición con demostración de estabilidad asintótica global del sistema de lazo cerrado controlador-robot. En el caso de estos controladores, están formados por tres componentes: una función de hiperbólica en la parte proporcional, una función hiperbólica en la parte derivativa y un término de compensación de la gravedad.

El artículo se organiza de la siguiente forma: en la sección 2 se presenta de forma breve el modelo dinámico de robots manipuladores y sus propiedades útiles. La sección 3 los dos nuevos controladores con su demostración formal de estabilidad. La sección 4 presenta un resumen de los componentes principales de la plataforma experimental. La evaluación experimental de los nuevos controladores y el PD es presentada en la sección 5. Un análisis comparativo de los controladores se presenta en la sección 6. Por último en la sección 7 se ofrecen algunas conclusiones.

2. DINAMICA DEL ROBOT.

El modelo dinámico de un robot manipulador serial de n -eslabones se describe como [8]:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (1)$$

donde q es el vector $n \times 1$ de desplazamientos articulares, \dot{q} es el vector $n \times 1$ de velocidades articulares, τ es el vector $n \times 1$ de pares aplicados, $M(q)$ es la matriz de inercia del manipulador de $n \times n$ la cual es simétrica definida positiva, $C(q,\dot{q})$ es la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis de $n \times n$, y $g(q)$ es el vector $n \times 1$ de pares gravitacionales obtenidos a través del gradiente de la energía potencial del robot. A pesar de que la ecuación de movimiento (1) es compleja, posee propiedades fundamentales que al ser explotadas, facilitan el diseño de nuevas leyes de control para robots manipuladores.

Propiedad 1: La matriz $C(q,\dot{q})$ y la derivada con respecto al tiempo de la matriz de inercia $\dot{M}(q)$, cumplen:

$$\dot{q}^T \left[\frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q,\dot{q}) \right] \dot{q} = 0$$

para todo $q, \dot{q} \in R^n$.

3. ALGORITMOS DE CONTROL

El problema regulación de posición para robots manipuladores se puede establecer como: llevar al robot manipulador de una posición inicial a una posición deseada con el menor error y en el menor tiempo posible. Para resolver este problema se plantea dos nuevos controladores basados en funciones hiperbólicas seno y coseno. En ambos casos los controladores se diseñan basados en la metodología de moldeo de energía mas inyección de amortiguamiento. En lo que sigue se

empleará la siguiente notación: $\tilde{q} \in R^n$ es el vector de errores de posición articulares con $\tilde{q} = q_d - q$, donde $q_d \in R^n$ representa el vector de posiciones articulares deseada; $K_p \in R^{n \times n}$ representa la matriz de ganancia proporcional la cual es diagonal y definida positiva; $K_v \in R^{n \times n}$ representa la matriz de ganancia derivativa la cual es definida positiva.

3.1 Controlador seno -- coseno hiperbólico.

Aquí se presenta el primer controlador, el cual consiste en una parte proporcional basada en un seno y coseno hiperbólico, una parte derivativa basada en un seno hiperbólico y una compensación de gravedad, la ecuación para este algoritmo de control es:

$$\tau = K_p \sinh(\tilde{q}) \cosh(\tilde{q}) - K_v \sinh(\dot{q}) + g(q) \quad (2)$$

Basados en este algoritmo de control de posición, se puede establecer como hipótesis que mediante la correcta selección de las matrices de ganancia del controlador esté llevara al robot de su posición inicial a la deseada, esto es, el error de posición articular del sistema tendera asintóticamente a cero conforme el tiempo evoluciona al infinito:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q} \rightarrow 0 \quad (3)$$

Con el propósito de validar la hipótesis anterior, presentamos como prueba el análisis de estabilidad mediante el segundo método de Lyapunov:

Demostración:

Considere el sistema en lazo cerrado controlador – robot, representado en variables de estado de la ecuación (4).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{q} \\ M^{-1} \left[K_p \sinh(\tilde{q}) \cosh(\tilde{q}) - K_v \sinh(\dot{q}) - C(q, \dot{q}) \dot{q} \right] \end{bmatrix} \quad (4)$$

Mediante una breve inspección, se deduce que el único punto de equilibrio del sistema es el origen (0,0). Para la siguiente etapa del análisis, se propone la siguiente función candidata definida positiva, basada en el método de moldeo de energía[6].

$$V(\tilde{q}, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2} \sinh(\tilde{q})^T K_p \sinh(\tilde{q})$$

Derivando con respecto al tiempo la función candidata, siguiente punto en el análisis de estabilidad. Derivando, evaluando las trayectorias de sistema y después de una serie de operaciones matemáticas tenemos que la derivada es:

$$\dot{V}(\tilde{q}, \dot{q}) = -\dot{q}^T K_v \sinh(\dot{q})$$

De este resultado podemos asegurar que la derivada con respecto al tiempo de la candidata es una función semi—definida negativa, por lo que solo podemos asegurar estabilidad. Para garantizar que el punto de equilibrio sea global y asintóticamente estable, se recurre al principio de invarianza de LaSalle.

$$\Omega = \{ \tilde{q} = \dot{q} = 0 : V(\tilde{q}, \dot{q}) = 0 \} \quad (5)$$

Con esto garantizamos la estabilidad global y asintótica del punto de equilibrio del sistema en lazo cerrado.

3.2 Controlador x coseno hiperbólico.

El segundo controlador esta formado por una función proporcional compuesta de senos y cosenos hiperbólicos, una función derivativa basada en el coseno hiperbólico y una compensación de gravedad. La ley de control está dada por:

$$\tau = K_p (\tilde{q} \sinh(\tilde{q}) + \cosh(\tilde{q})) \tilde{q} \cosh(\tilde{q}) - K_v \dot{q} \cosh(\dot{q}) + g(q) \quad (6)$$

De la misma forma que en controlador anterior, se propone la hipótesis, que basados en este algoritmo de control de posición y mediante la correcta selección de las matrices de ganancia del controlador esté llevara al robot de su posición inicial a la deseada, esto es, el error de posición articular del sistema tendera asintóticamente a cero conforme el tiempo evoluciona al infinito (3).

Demostración:

Siguiendo el mismo procedimiento usado en el otro controlador, consideramos el sistema en lazo cerrado controlador – robot, representado en variables de estado de la ecuación.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{q} \\ M^{-1} \left[K_p (\tilde{q} \sinh(\tilde{q}) + \cosh(\tilde{q})) \tilde{q} \cosh(\tilde{q}) \right] \\ - K_v \dot{q} \cosh(\dot{q}) - C(q, \dot{q}) \dot{q} \end{bmatrix} \quad (7)$$

En este sistema el único punto de equilibrio es el origen (0,0). Proponiendo una función candidata definida positiva, también basada en moldeo de energía[6].

$$V(\tilde{q}, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2} [\tilde{q} \cosh(\tilde{q})]^T K_p [\tilde{q} \cosh(\tilde{q})]$$

Derivando esta función candidata con respecto al tiempo y realizando varias operaciones matemáticas tenemos como resultado:

$$\dot{V}(\tilde{q}, \dot{q}) = -[\dot{q} \cosh(\dot{q})]^T K_v [\dot{q} \cosh(\dot{q})]$$

El resultado obtenido es una función semidefinida negativa, de la misma forma que en controlador anterior, el principio de invarianza de LaSalle debe ser empleado para garantizar la estabilidad asintótica y global del punto de equilibrio (5).

3.3 Controlador PD + comp. de gravedad.

El controlador PD con compensación de gravedad es un algoritmo bien conocido, el cual está formado por una función proporcional lineal, una función derivativa lineal y una compensación de gravedad. La ley de control está dada por:

$$\tau = K_p \tilde{q} - K_v \dot{q} + g(q) \quad (8)$$

El presente artículo no presenta un análisis detallado sobre la estabilidad de este controlador, si desea más información consultar [7].

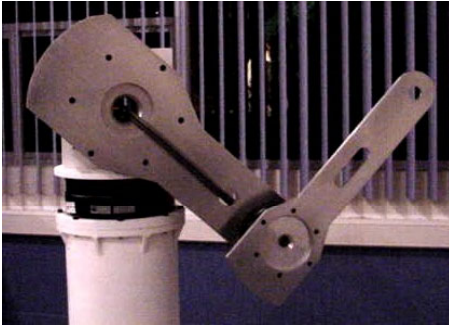


Figura 1: Robot experimental de 3G.D.L.

4. SISTEMA EXPERIMENTAL

El laboratorio de Robótica de FCE de la BUAP, cuenta con una plataforma experimental diseñada y construida en la cual los experimentos fueron realizados. Los eslabones del robot manipulador (Véase la Figura 1) están constituidos de Aluminio 6061 y actuados por motores de transmisión directa de Parker Compumotor. Este tipo de motores ofrecen la ventaja de poder manejar las articulaciones sin necesidad de engranes y una fricción significativamente baja comparada a los actuadores con transmisión por engranes. Las características principales de los motores se listan en la Tabla I.

Tabla I			
Eslabón	Modelo	Torque[Nm]	P/rev
Base	DM1050A	50	1,024,000
Hombro	DM1150A	150	1,024,000
Codo	DM1015B	15	655,360

Los motores de transmisión directa son operados en el modo de torque, de modo tal que actúan como una fuente de torque y aceptan un voltaje analógico como señal de referencia. La información de la posición es obtenida de encoders incrementales localizados en los motores. Con el propósito de obtener la velocidad el algoritmo estándar de diferenciación numérica recursiva es aplicado a las mediciones de posición articular. Para el trabajo de adquirir la información de los sensores de posición y de operar los manejadores de los motores, se emplea una tarjeta de control de movimiento fabricada por la empresa Precision MicroDynamics Inc. Los algoritmos de control fueron escritos en lenguaje C y ejecutados sobre una PC Pentium II (333 Mhz) a una periodo de muestreo de 2.5 milisegundos. Con respecto a la dinámica del robot dada en (1) y los controladores (2)(6), el único requisito para la implementación experimental es el conocimiento de la estructura del vector de pares gravitacionales, en caso de este robot manipulador es:

$$g(q) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3.845 \text{sen}(q_2) + 1.82 \text{sen}(q_2 + q_3) \\ 1.82 \text{sen}(q_2 + q_3) \end{pmatrix}$$

5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En esta sección se presenta la evaluación experimental de los algoritmos de control de la sección 3. Los experimentos se llevaron a cabo una gran cantidad de veces para cada controlador y aquí se presentan los mejores resultados obtenidos. El vector de posiciones articulares deseadas es el mismo en cada caso y fue seleccionado como el siguiente: $q_{d1} = 0^\circ$, $q_{d2} = 45^\circ$, $q_{d3} = 90^\circ$. En todos los casos la posición inicial fue seleccionada como el vector cero. Las unidades de las matrices de ganancia son Nm/rad, en todos los casos.

5.1 Controlador seno -- coseno hiperbólico.

La selección de las matrices de ganancia proporcional y derivativa para el controlador seno – coseno hiperbólico son:

$$K_p = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 5.5 \end{pmatrix}, K_v = \begin{pmatrix} 1.4 & 0 & 0 \\ 0 & 4.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Los resultados experimentales para los errores de posición (Hombro, codo) así como los pares aplicados obtenidos se muestran en las Figuras 2 y 3 respectivamente.

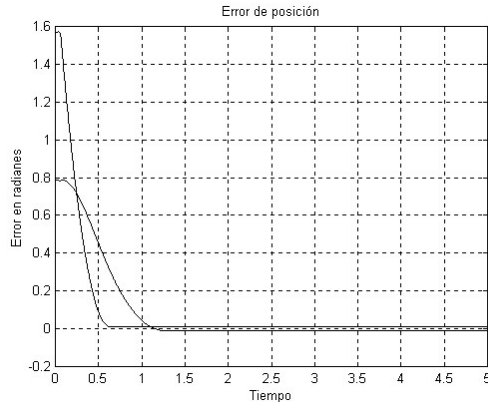


Figura 2: Errores de posición del controlador seno -- coseno hiperbólico

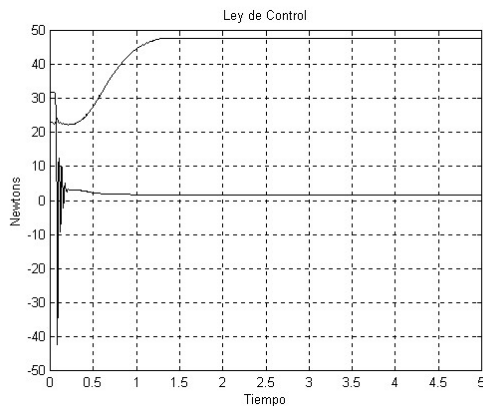


Figura 3: Pares aplicados del controlador seno -- coseno hiperbólico

5.2 Controlador x coseno hiperbólico.

La sintonía de las matrices de ganancia proporcional y derivativa siguientes, para el controlador x coseno hiperbólico es:

$$K_p = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 7.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.48 \end{pmatrix}, K_v = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0.037 \end{pmatrix}$$

Los errores de posición así como los pares aplicados obtenidos (Hombro, codo) se muestran en las Figuras 4 y 5 respectivamente.

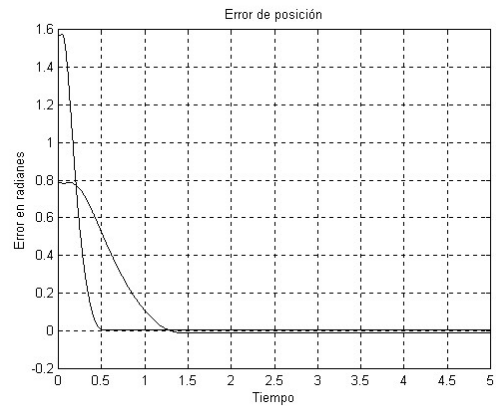


Figura 4: Errores de posición del controlador x coseno hiperbólico

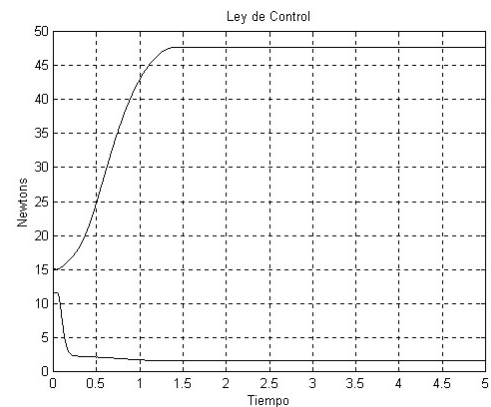


Figura 5: Pares aplicados del controlador x coseno hiperbólico

5.3 Controlador PD + comp de gravedad.

En el caso del control PD con compensación de gravedad, la sintonía de las matrices de ganancia proporcional y derivativa es la siguiente:

$$K_p = \begin{pmatrix} 3.5 & 0 & 0 \\ 0 & 6.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1.3 \end{pmatrix}, K_v = \begin{pmatrix} 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03 \end{pmatrix}$$

Para este controlador los errores de posición y los pares aplicados obtenidos (Hombro, codo) se muestran en las Figuras 6 y 7.

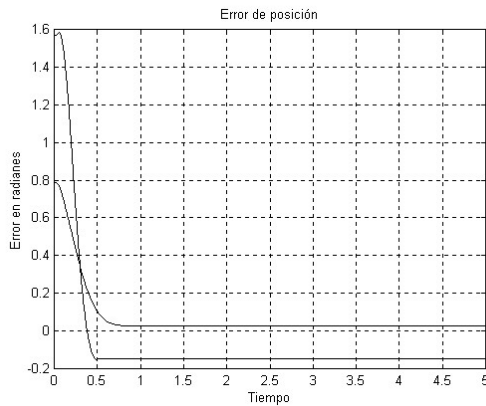


Figura 6: Errores de posición del controlador PD

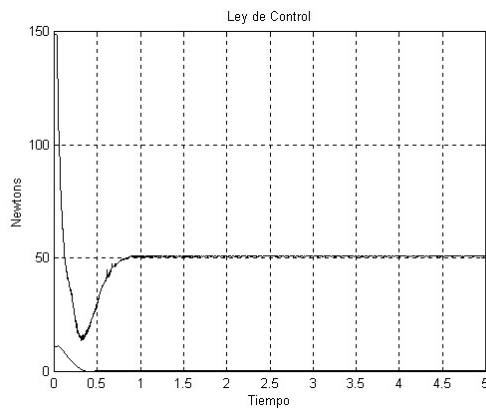


Figura 7: Pares aplicados del controlador PD

6 Índices de desempeño

Con el fin de evaluar el desempeño de cada controlador, es implementando el valor escalar de la norma \mathbf{L}_2 como una medida numérica objetiva para una curva de error completa (articulaciones Hombro, codo). En otras palabras la norma $\mathbf{L}_2[\tilde{q}]$ mide el “promedio” rms del error de posición \tilde{q} , el cual está dado por [9] [10]:

$$\mathbf{L}_2[\tilde{q}] = \sqrt{\frac{1}{t-t_0} \int_{t_0}^t \|\tilde{q}\|^2 dt}$$

Donde $t, t_0 \in R_+$, son los tiempos inicial y final respectivamente, en este caso 5seg. Un valor pequeño de $\mathbf{L}_2[\tilde{q}]$ representa un error de posición más pequeño y una velocidad mayor, por lo tanto, un mejor desempeño. Los índices de desempeño $\mathbf{L}_2[\tilde{q}(t)]$ para cada uno de los controladores dados por las ecuaciones (2) (6) (8) son mostrados en la Figura 8.

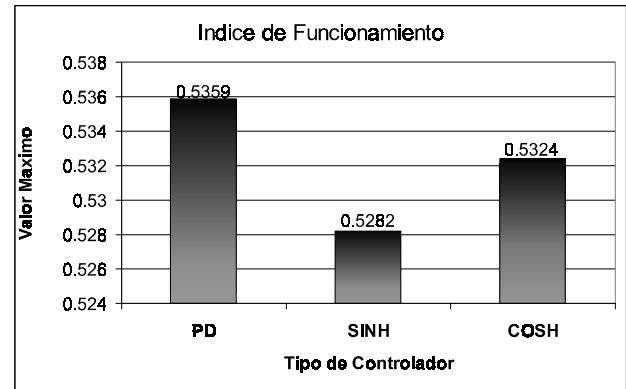


Figura 10: Índices de desempeño de los controladores

6. CONCLUSIONES

En este artículo se presentaron dos nuevos algoritmos de control con su respectivo análisis forma de estabilidad. Estos controladores fueron probados experimentalmente junto al controlador PD sobre un robot de transmisión directa de tres grados de libertad. Los resultados experimentales obtenidos arrojan mayor rapidez y una mejor precisión, por otra parte, el desempeño de los nuevos controladores fue mejor, por lo que la utilidad practica de los mismos es alcanzada.

REFERENCIAS

- [1] Craig J.J., *Introduction to robotics: mechanics and control* (Addison-Wesley Reading, MA, 1989).
- [2] Cai, L. Song, G., Joint stick-slip friction compensation of robot manipulator by using smooth robust controllers, *J. Robotic Systems*, 11, 1994, 451-470.
- [3] Santibañez V., Kelly R. & Reyes F., A new setpoint controller with bounded torques for robot manipulators, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 45(1), 1998, 126-133.
- [4] Reyes F., Barahona J. & Espinosa L., Trigonometric Saturated Controller for robot manipulators, *Proc. 2th WSEAS Int. Conf. on Instrumentation, Measurement, Control, Circuits and Systems*, Cancún, México, 2002, 356-362.
- [5] Reyes F., Espinosa L. & Barahona J., Family of saturated controllers for robot manipulators, *Proc. of the IASTED International Conf. on Control and Applications*, Cancún, México, 2002, 250-255.

[6] Santibañez V. & Kelly R., Energy shaping based controllers for rigid and elastic joint robots: analysis via passivity theorems, *Proc. International Conference on Robotics and Automation*, 3, 1997, 225-2231.

[7] Ortega R., Loria A., Nicklasson P. & Sira-Ramírez H., *Passivity-based control of euler lagrange systems*, (Springer-Verlag, 1998).

[8] Spong M. & Vidyasagar M., *Robot dynamics and control*(John Wiley and Sons, NY, 1989).

[9] Whitcomb L.L., Rizzi A.A. & Koditschek D.E., Comparative experiments with a new adaptive controller for robot arms, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 9(1), 1993, 59-69.

[10] De Jager B. & Banens J., Experimental Evaluations of robot controllers, *Proc.33th Conf. on Decision and Control*, Lake Buena Vista, Fl. U.S.A., 1994, 363-368.