

# Control PD Difuso para un Helicóptero de Cuatro Hélices.

Ing. Emilio Miguel Soto García, Mc. Alberto Mendoza Hernández  
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla  
4 sur 104 Col. Centro, Puebla, Pue. 72550  
Dr. Fernando Rios Gutiérrez  
University of Minnesota

217 Marshall W. Alworth Hall, 10 University Crive, Duluth, Minensota. USA.

## Resumen

Se presenta una simulación de un control PD difuso, el cual controla la elevación constante de un par de rotores, los cuales conforman uno de los dos ejes de un helicóptero de cuatro hélices. El control es simulado, examinando como variable principal el ángulo de inclinación de la aeronave, dando lugar a un análisis del sistema, observando que este se comporta de manera adecuada al controlar la elevación de la aeronave y tendiendo al equilibrio, de tal manera que el error del ángulo tienda a cero.

## I. INTRODUCCION.

Para realizar un control difuso debemos conocer cada una de las operaciones difusas, así como las operaciones de conjuntos y de pertenencias que dan lugar a diversas combinaciones, para llegar a funciones que controlen las variables.

Si seguimos un orden en el control difuso, el proceso se debe iniciar con las partes que lo conforman, dibujaremos un diagrama a bloques de un controlador difuso.

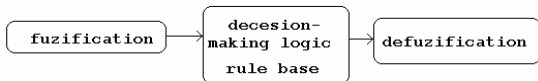


Fig.1 1 Pasos de un Control Difuso

El control difuso es una especie de control adaptable que nos ayuda a estabilizar un sistema, con la ventaja de no conocer el modelo dinámico del propio sistema; tan solo se rige por las diferentes entradas y salidas de las variables involucradas en el sistema, sin embargo para la simulación se toman en cuenta diferentes fuerzas involucradas, así como sus aceleraciones y sus pares gravitacionales, para observar con mayor exactitud los error en las pruebas físicas.

## II UN CONTROL PD DIFUSO PARA EL HELICOPTERO.

La teoría de control difuso que se emplea en nuestro proyecto es la teoría del centroide pasando por la fuzificación y defuzificación de las variables que comprenden el sistema; para ello emplearemos un diagrama a bloques de como controlar dos rotores del helicóptero para que estos se mantengan perpendiculares entre ellos y paralelos al suelo en un continuo aumento de potencia.

Ese continuo aumento de potencia que se genera en los rotores crea la sustentación y elevación de uno de los dos ejes de nuestra aeronave.

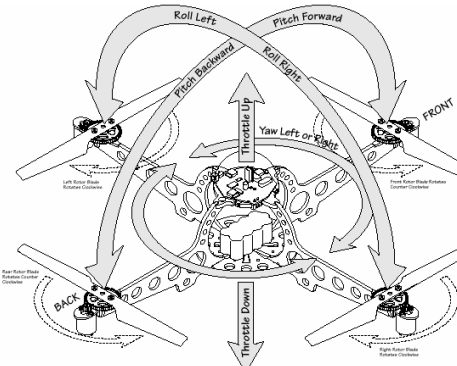


Fig. 2 Movimientos del helicóptero de cuatro hélices

La aeronave forma una cruz con sus ejes, es por eso que nos concentraremos en controlar un eje con sus dos respectivos rotores, ya que el otro eje se controlará con la misma lógica.

La variable principal a medir en el sistema es el ángulo formado de la línea del eje con respecto al suelo, es decir; si el eje se encuentra totalmente paralelo al suelo, el ángulo será  $0^\circ$ , y si este llegará a estar perpendicular al suelo, el ángulo sería  $90^\circ$ .

Una forma de ver como es tomada la variable de control se muestra a continuación.

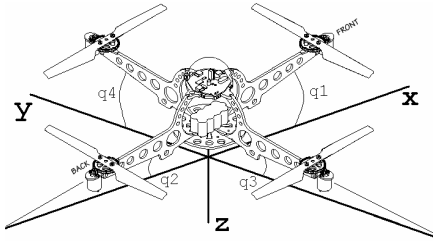


Fig. 3 Ángulos del helicóptero

Para iniciar nuestro algoritmo se decide que nuestro ángulo varíe en un rango de  $-10^\circ$  a  $10^\circ$ , ya que si este se excede la aeronave se irá rotundamente fuera de control.

Se diseña un diagrama a bloques de como queda nuestro control final sobre nuestro eje que forma el par de rotores.

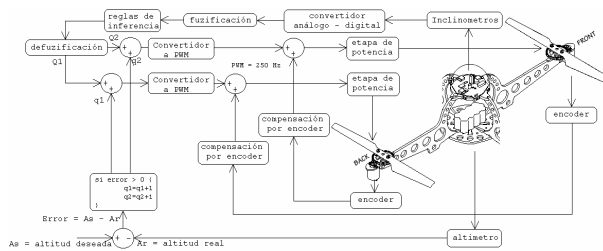


Fig. 4 Diagrama de control difuso para dos rotores.

Observando el diagrama de flujo, podemos construir el algoritmo que nos permita realizar nuestro software especializado para controlar el sistema.

Antes debemos estudiar las características de los inclinómetros, ya que de ellos depende la entrada de nuestra variable principal en la fuzificación.

El inclinómetro es un sensor que arroja un ángulo en un plano por medio de la variación de impedancia que se crea en su interior con la ayuda de mercurio u otros componentes, para saber con precisión lineal el ángulo formado.

Como se dijo, nuestro control solo esta regido en un rango de grados de  $10^\circ$  a  $-10^\circ$ ; en una conversión digital se tiene un rango de variación de 584 a 438, si consideramos una conversión de analoga a digital de solo 10 bits. Esto corresponde a un incremento

del ángulo de  $0.05^\circ$ , se realiza una nueva escala de valores para otorgar la correspondencia de cada uno de los ángulos obtenidos, se propone de  $-73$  a  $73$  que contiene la resolución de los grados ya mencionados.

Una vez comprendiendo el valor aproximado de los ángulos, podemos realizar una estandarización de las gráficas de fuzificación, recordando que en la mayoría de los microcontroladores solo pueden realizar cálculos con números enteros, además de facilitar el trabajo.

### III FUZIFICACIÓN DE LAS VARIABLES.

Se construye la gráfica de fuzificación con precisión de dos decimales, con sus correspondientes términos lingüísticos.

#### FUZIFICACIÓN DE LOS GRADOS:

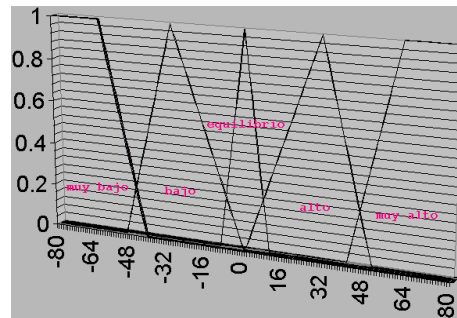


Fig. 5 Segundo diagrama de las funciones de pertenencia de los grados.

Se encuentran las pendientes en cada una de las caídas de las gráficas y se ve que todas son iguales, por lo tanto para cada incremento unitario que se mueva en el rango de  $-80$  a  $80$  se verá restringido por una pendiente.

En la tabla generada de las diferentes funciones de pertenencias de nuestros términos lingüísticos muy abajo y abajo, existe algo en común, al realizar la suma se crea una secuencia de números que se repite para cada pendiente y esta varía de  $0$  a  $20$  en su valor absoluto a la cual llamaremos localidad, esta localidad corresponde a una pertenencia característica que varía de  $0$  a  $1$  con dos decimales de exactitud, para que esto pueda tomarse como entero bastará

multiplicar la pertenencia por 100 para tomar todo el valor, lo que nos arroja operaciones muy sencillas, lo que nos facilita el desarrollo de un diagrama de flujo de nuestro software para fuzificar el ángulo.

Diagrama de flujo

per[mb] = pertenencia de muy bajo  
 per[b] = pertenencia de bajo  
 per[e] = pertenencia de equilibrado  
 per[a] = pertenencia de alto  
 per[ma] = pertenencia de muy alto

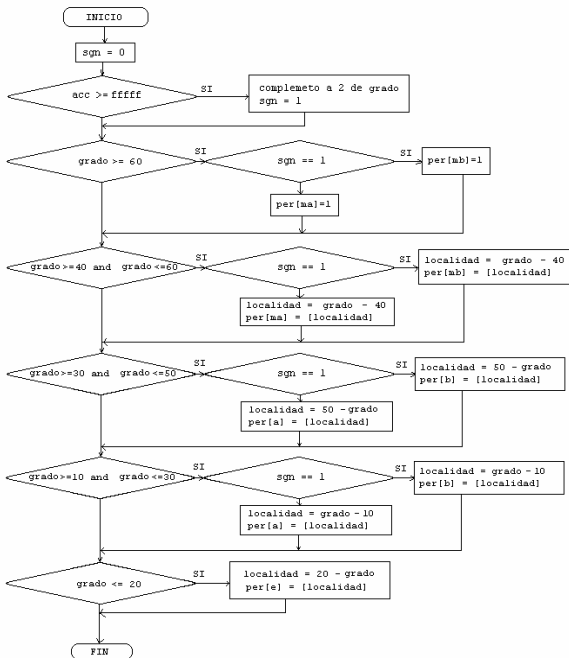


Fig. 6 Diagrama de flujo para la fuzificación de los grados.

Ahora podemos pasar a la fuzificación de la velocidad de cambio del ángulo.

### FUZIFICACIÓN DE LA VELOCIDAD DE CAMBIO DE LOS GRADOS.

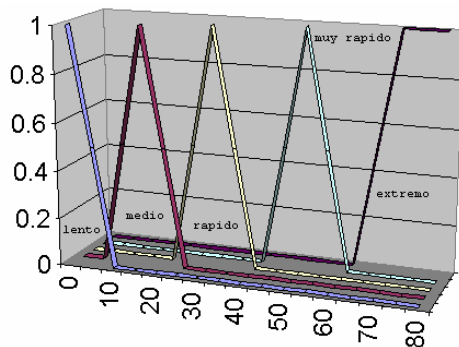


Fig. 7 Funciones de pertenencia para la velocidad de cambio de los grados.

Lo que se realizó a continuación es el calculo de las pendientes en las gráficas, tal y como lo realizamos en la fuzificación del ángulo.

En las pendientes de esta variable, se crea la misma secuencia de la que nos percatamos en la fuzificación del ángulo, por lo que utilizaremos la misma tabla generada, tan solo para este caso en particular cambia los límites de las pendientes, por lo que tenemos:

Diagrama de flujo

per[ l ] = pertenencia de lento  
 per[ m ] = pertenencia de medio  
 per[ r ] = pertenencia de rápido  
 per[ mr ] = pertenencia de muy rápido  
 per[ ex ] = pertenencia de extremo

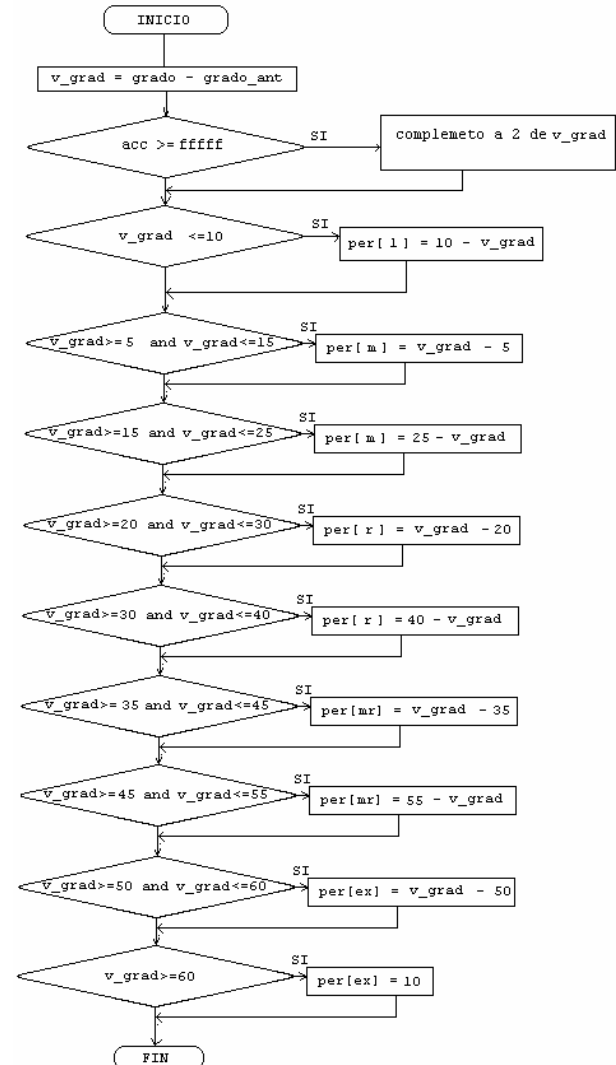


Fig.8 Diagrama de flujo de las funciones de pertenencia de la velocidad de cambio de los grados.

#### IV REGLAS DE INFERENCIA.

Hasta el momento se tiene la fuzificación de las entradas, lo siguiente son las reglas de inferencia; las cuales las mostraremos en una tabla de decisión junto con las graficas de nuestros términos lingüísticos para la salida de nuestra Q, que es el porcentaje de trabajo en un periodo del pulso PWM. Donde Q esta dado por:

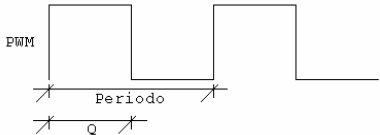


Fig. 9 Existencia de Q en el pulso PWM

Para implementar lo anterior se recomienda la obtención de Q, por el método conocido como centroide, lo que significa tomar los mínimos de los máximos en las pertenencias de entrada que pasan por las reglas de inferencia para luego multiplicarlas por el centroide, que es el centro de cada una de las funciones que defuzifican la salida; estas funciones otorgadas por términos lingüísticos. Por tal razón proponemos los siguientes centroides:

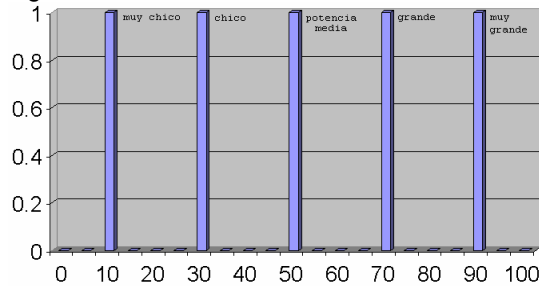


Fig. 10 Centroides.

Ya teniendo definido los centroides, damos a conocer las reglas de inferencia que dieron resultado en nuestra simulación, recordemos que estas son las culpables de como sea nuestra salida en Q.

	LENTO	MEDIO	RAPIDO	M. RAPIDO	EXTREMO
MUY BAJO	muy grande	muy grande	muy grande	Grande	Grande
BAJO	muy grande	Grande	grande	Grande	Media
EQUILIB.	media	media	media	media	Media
ALTO	Muy chica	Chica	chica	Chica	Media
MUY ALTO	muy chica	muy chica	muy chica	chica	Chica

Tabla 7. Reglas de inferencia encontradas.

#### V DEFUZIFICACIÓN.

Para escoger las pertenencias de cada uno de los casos se realiza la defuzificación que dará el valor correspondiente para la salida de nuestra potencia Q, por tal razón se toman las siguientes operaciones.

Operación OR [ AND ] difusa para las pertenencias de las entradas:

$$\text{Min} [ \text{per}(\text{grad}) \text{ and } \text{per}(\text{v\_grad}) ] = \text{per}(\text{salida})$$

Una vez obtenido lo anterior la Q se obtiene mediante la ecuación:

$$Q = \frac{\sum \text{per}(\text{salida}) \cdot \text{centroide}}{\sum \text{per}(\text{salida})}$$

En el programa se toman dos nuevas variables:

$$\text{num} = \sum \text{per}(\text{salida}) \cdot \text{centroide}$$

$$\text{den} = \sum \text{per}(\text{salida})$$

Al final de cada regla de inferencia se calcula num y den; y al finalizar con todas las reglas estas se dividen para calcular el porcentaje de nuestra Q que es el ciclo de trabajo del pulso PWM.

$$Q = \text{num} / \text{den}$$

#### VI SIMULACION DEL CONTROL PD DIFUSO.

Ahora se puede introducir el código en cualquier lenguaje computacional, daremos un ejemplo en el lenguaje de Matlab, para después pasar a la experimentación física..

El código analiza como se comporta nuestro sistema de control en un sistema simulado, en esta simulación se crea un incremento de potencia en los rotores los cuales son complementados con una deficiencia en su potencia, además de introducir una señal de ruido externo que puede entenderse como perturbaciones en el sistema, tal como una turbulencia.

La salida que se encuentra es la siguiente:

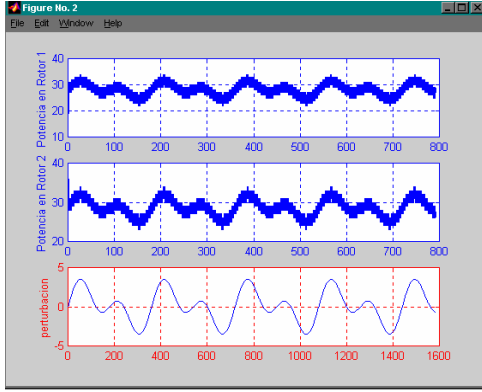


Fig. 11 Primera simulación realizada a Q. a) Salida de Q para rotor1. b) Salida de Q para rotor2. c) Perturbación general al sistema.

En esta gráfica se muestran la salida de cada una de las Q que se introducen a los dos rotores, así como la perturbación que se crea en el sistema. Esta perturbación crea un ajuste en las diferentes salidas de la potencia, para controlar el sistema, si se observa, también se aprecia que el rotor 2 tiende a ser más ajustado que el rotor 1, esto es por la eficiencia que se les da a cada uno de los rotores.

Se debe tener las aceleraciones de cada uno de los rotores, así como la distancia que recorren y sus velocidades, esto se obtiene por medio del análisis de sus ecuaciones de cuerpo libre que se muestran a continuación.

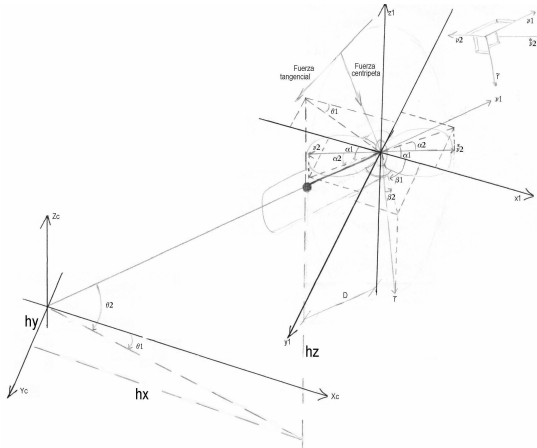


Fig. 12 Diagrama de cuerpo libre de una hélice.

Sin contemplar una aceleración que generarían velocidades y aceleraciones tangenciales las ecuaciones del rotor en el diagrama quedan de la siguiente forma.

$$\begin{aligned}\sum F_x &= n_1 \cos q_2 \cos q_1 - e n_2 \cos a_2 \cos a_1 \\ \sum F_y &= n_1 \cos q_2 \sin q_1 + e n_2 \cos a_2 \sin a_1 \\ \sum F_z &= n_1 \sin q_2 + e n_2 \sin a_2\end{aligned}$$

Ahora si se contempla un torque en sentido contrario, es decir que el diseño de la hélice se encuentre invertido, se tiene.

$$\begin{aligned}\sum F_x &= n_1 \cos q_2 \cos q_1 + e n_2^* \cos a_2 \cos a_1 \\ \sum F_y &= n_1 \cos q_2 \sin q_1 - e n_2^* \cos a_2 \sin a_1 \\ \sum F_z &= n_1 \sin q_2 - e n_2^* \sin a_2\end{aligned}$$

Si en algún momento existe aceleración, podemos obtener la fuerza centrípeta de la siguiente forma.

$$\tilde{r} = r \cos b_1 \hat{i} + r \operatorname{sen} b_1 \hat{j} + r \operatorname{sen} b_2 \hat{k}$$

$$\frac{d}{d\tilde{r}} \tilde{r} = -r b_1 \sin b_1 \hat{i} + r b_1 \cos b_1 \hat{j} + r b_2 \cos b_2 \hat{k}$$

$$\frac{d^2}{d\tilde{r}^2} \tilde{r} = -r b_1^2 \cos b_1 \hat{i} - r b_1^2 \operatorname{sen} b_1 \hat{j} - r b_2^2 \operatorname{sen} b_2 \hat{k}$$

$$\frac{d^2}{d\tilde{r}^2} \tilde{r} = -r \left[ \cos b_1 \hat{i} + \operatorname{sen} b_1 \hat{j} \quad \operatorname{sen} b_2 \hat{k} \right] \begin{bmatrix} b_1^2 \\ b_2^2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d^2}{d\tilde{r}^2} \tilde{r} = -r A \mathbf{b}^2$$

Si derivamos con respecto al tiempo tendremos la aceleración tangencial.

$$\frac{d^2}{d\tilde{r}^2} \tilde{r} = r b_1^2 \cos b_1 \hat{i} + r b_1^2 \operatorname{sen} b_1 \hat{j} + r b_2^2 \operatorname{sen} b_2 \hat{k}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{d}{d\tilde{r}} \tilde{r} \right] = -r \left[ \cos b_1 \hat{i} + \operatorname{sen} b_1 \hat{j} \quad \operatorname{sen} b_2 \hat{k} \right] \begin{bmatrix} b_1^2 \\ b_2^2 \end{bmatrix} -$$

$$r b_1 \cos b_1 \hat{i} + r b_1 \operatorname{sen} b_1 \hat{j} + r b_2 \operatorname{sen} b_2 \hat{k}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{d}{d\tilde{r}} \tilde{r} \right] = -r A \mathbf{b}^2 + r B \mathbf{b}$$

Tenemos por tanto una matriz del momento angular de inercia dada por:

$$\Delta J \mathbf{n}_1 = D m r B \mathbf{b}$$

Por lo que si se toma el conjunto de las cuatro hélices el esquema será de la siguiente forma.

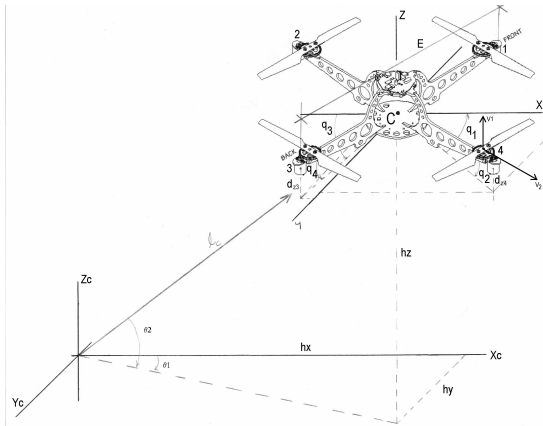


Fig. 13 Diagrama de cuerpo libre del helicóptero de cuatro hélices.

Realizando la sumatoria de fuerzas con respecto al conjunto de las cuatro hélices, esto es sin considerar el peso de la estructura, ya que esta es insignificante en comparación a la masa de los motores.

$$\begin{bmatrix} \sum F_x \\ \sum F_y \\ \sum F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{R=1}^4 n_1 \cos q_2 \cos q_1 + (-1)^R n_2 \cos q_2 \cos q_1 \\ \sum_{R=1}^4 n_1 \cos q_2 \sin q_1 + (-1)^R n_2 \cos q_2 \sin q_1 \\ \sum_{R=1}^4 n_1 \sin q_2 + (-1)^R n_2 \sin q_2 \end{bmatrix}$$

Con su momento de inercia angular  $\theta$  los cuatro rotores se tiene.

$$\angle J n_1 = E/2 mrB[\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3 + \mathbf{b}_4]$$

Tomando lo anterior y complementando graficas de fuzificación que tengan pertenencia de 1 en un punto de equilibrio, es decir; el equilibrio debe estar en  $0^\circ$ , y en todos los demás deberá tener pertenencia en bajo y en alto, para que solo se persiga un punto de equilibrio y no suceda lo que se muestra en la gráfica 11 donde el equilibrio abarca aproximadamente  $2^\circ$  y al rededor de ese punto el sistema se vuelve estable.

Ahora que tenemos solo un punto de equilibrio con pertenencia de 1 si y solo si esta en cero, el resultado fue el siguiente:

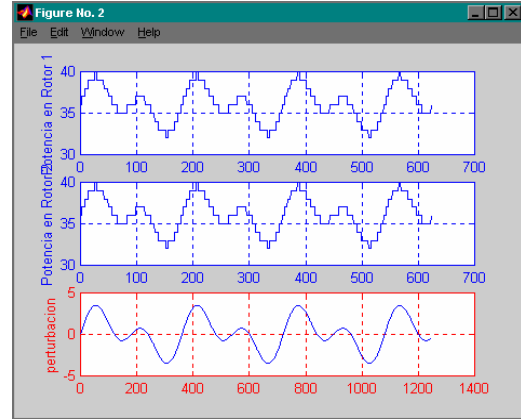


Fig. 14 Perturbación general y las salidas de potencias en los rotores con un solo punto de equilibrio.

## VII RESULTADOS.

Se observa que el error tiende a cero, y los rotores son analizados ahora por medio del ángulo generado, si existiera un ángulo fuera de cero, los rotores se desviarían de su posición desviando toda la aeronave.

Esto se puede comprobar generando una nueva perturbación pero ahora solo afectará a un rotor, esto es para examinar como respondería el control difuso, por lo que se espera que soporte la perturbación y trate de controlar el sistema para poder estabilizarlo, y tienda al equilibrio que solo se rige en un solo punto; además de introducir las ecuaciones descritas para los cuatro rotores y de esta forma analizar la aeronave completamente.

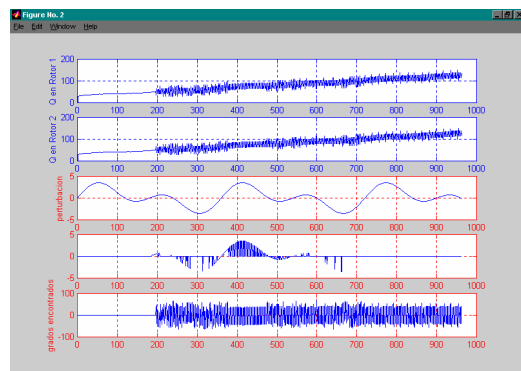


Fig. 15 Introducción de perturbación en un solo rotor. a) Salida de Q para rotor1. b) Salida de Q para rotor2. c) Perturbación general al sistema. d) Perturbación a un solo rotor. e) Salida de grados generados.

En la figura 15 observamos como se introduce la nueva perturbación, la cual generará una nueva señal de error en los grados, el sistema debe ser capaz de tender al equilibrio cuando la perturbación se termine, por lo que se aconseja al lector que juegue con las reglas de decisión para tener una respuesta mejorada.

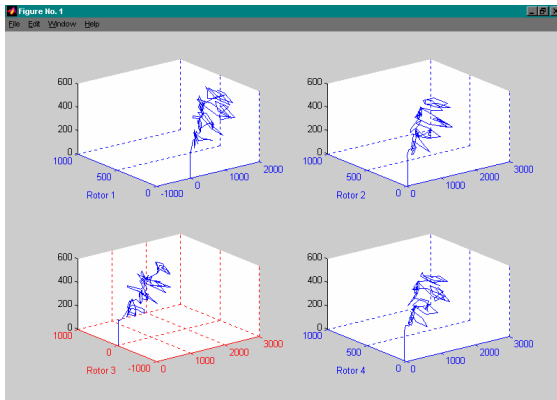


Fig. 16 Salida de la elevación de los cuatro rotores.

En las dos anteriores figuras se muestra como al introducir la perturbación por más pequeña que sea no es controlable y los rotores están fuera de control al grado de destruir por completo la aeronave.

Después de ajustar las reglas de decisión y los centroides en el sistema, se encuentra un control más adecuado, como se muestra a continuación.

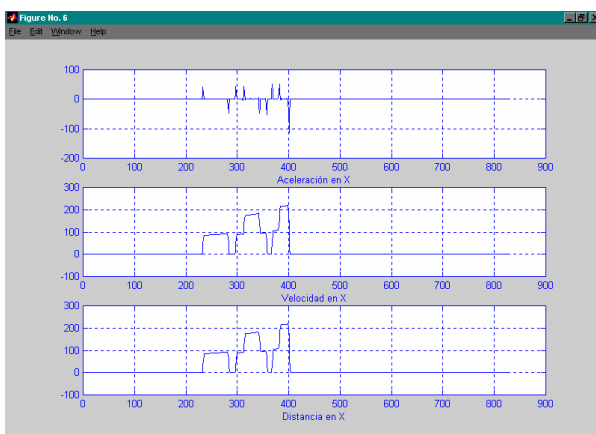


Fig. 17 a) Aceleración en X. b) Velocidad en X. c) Distancia recorrida en X.

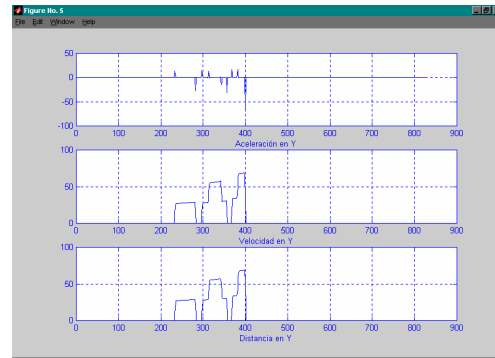


Fig. 18 a) Aceleración en Y. b) Velocidad en Y. c) Distancia recorrida en Y.

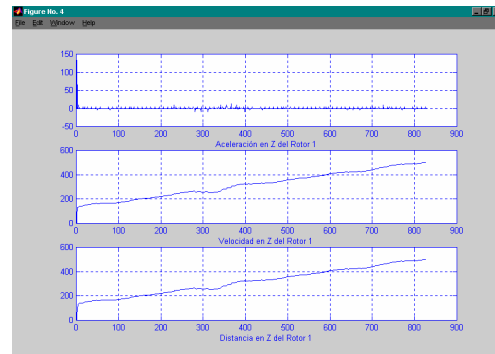


Fig. 19 a) Aceleración en Z. b) Velocidad en Z. c) Distancia recorrida en Z.

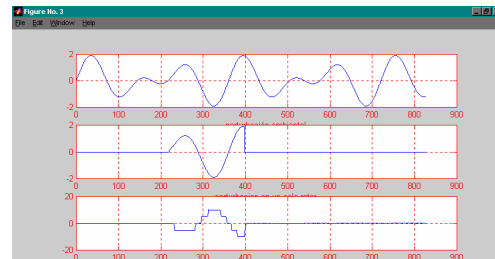


Fig. 20 a) Perturbación general al sistema. b) Perturbación a un solo rotor. c) Salida de grados generados.

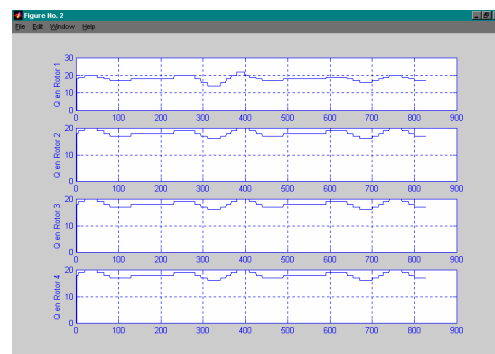


Fig. 21 a) Salida de Q para rotor1. b) Salida de Q para rotor2. c) Salida de Q para rotor3. d) Salida de Q para rotor4.



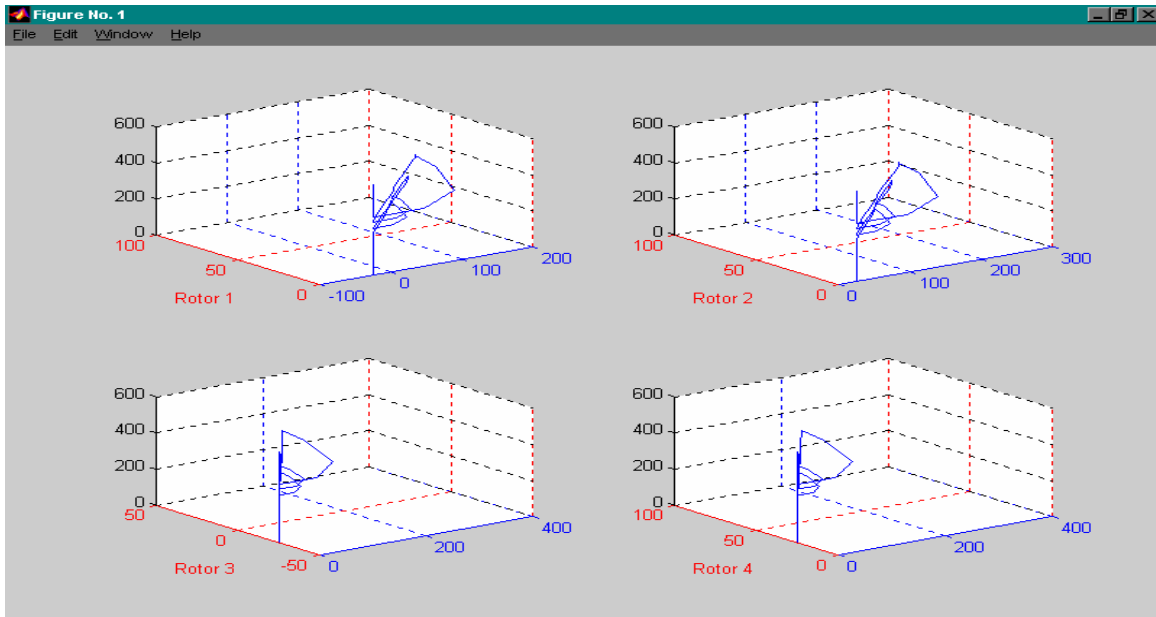


Fig. 22 Salida de la elevación de los cuatro rotores en control.

En la figura 20 se ve como la señal de los grados crece cuando la perturbación es generada, después de que esta se termina el error tiende de nueva cuenta a cero, esto quiere decir que el control PD difuso esta respondiendo de manera adecuada.

El comportamiento de la aeronave se denota por la altitud que se muestra en la figura 22, se muestra un pequeño ir y venir, cuando existe la perturbación, cuando esta se termina regresa a elevarse en forma recta.

De esta forma existe la seguridad de tener buenos resultados físicamente, como se deberá comprobar al ensamblar el prototipo por medio de un microcontrolador motorola, con capacidad de manejar los cuatro rotores por medio de sus salidas de PWM, y obteniendo las señales de retroalimentación por los transductores de inclinación y encoder's que se tienen por cada rotor.

En lo único que se diferencia en el control es el lenguaje de programación ya que se ocupa la misma lógica para introducir los diagramas de flujo, así como las reglas de decisión y los centroides encontrados, cual quiera que sea el microcontrolador.

Para obtener los mejores resultados, se seguirá estudiando nuevas variables en el sistema y su repercusión en lo físico.

#### REFERENCIAS.

- [1] Ahmad M. Ibrahim, "Introduction to applied fuzzy electronics", USA, Prentice Hall, 1997
- [2] Matlab, Fuzzy Logic Toolbox, The Math Works, Inc., 24 prime Park Way Natick, MA 01760-1500 USA, info@mathworks.com
- [3] W.Z. Steniewski, C.N. Keys, "Rotatory – wing aerodynamics", New York, Dover publications, 1991
- [4] Omid Omidvar, David L. Elliott, "Neural Systems for Control", USA, Academic Press, 1995.
- [5] James A. Freeman, David M. Skapura "Neural Networks, algorithms, applications and programming techniques", Massachusetts, Addison – Wesley, 1991.
- [6] John G. Proakis, Dimitris G. Manolakis, "Digital Signal Processing", New Jersey, Prentice Hall, 1996.