



AFINADOR ELECTRÓNICO CON PLL

Fernando Tobón Vázquez
Estudiante de 10° Cuatrimestre de la FCE
Priv. 3 B Sur, #11103, Col. Loma Encantada
ftobon@latigo.cs.buap.mx

RESÚMEN

Se realizó un análisis físico y matemático del dispositivo denominado Phase Locked Loop (Lazo Cerrado por Fase [PLL]), considerado para resolver satisfactoriamente el problema en cuestión. Dicho análisis se basó en los fundamentos de la Teoría de las Comunicaciones y la Teoría de Control.

El uso de la Teoría de las Comunicaciones se consideró por el hecho de que se requería de un demodulador de señal de FM que mejorara el umbral de dicha señal, pese a un sacrificio de ancho de banda. En el caso de la Teoría de Control, el PLL es un sistema de Control retroalimentado, en el cual la señal de error es la diferencia entre la portadora modulada y la señal del VCO.

Debido a la naturaleza del PLL, un primer análisis teórico del PLL ameritó una representación en diagrama de bloques que ilustrara los componentes principales del mismo, a saber: un comparador de fase y un oscilador de voltaje (VCO).

Se probó matemáticamente tanto el funcionamiento del comparador de fase, como del VCO. Así como el funcionamiento matemático del PLL como demodulador.

Un análisis más exhaustivo se llevó a cabo con la representación de la ecuación diferencial que expresara el comportamiento del PLL, de ahí la solución teórica completa del problema.

1. INTRODUCCIÓN

El proyecto tiene como principal finalidad, ofrecer una guía sobre cómo afinar un instrumento musical, preferentemente de cuerda, para aquellas personas que carecen de conocimientos sobre

música. Ha de suponerse que estos conocimientos se adquieren con la maduración del “oído musical”; sin embargo, no fue el propósito particular de esta investigación centrarse en dichas cuestiones.

Como todos los sonidos, los tonos musicales son emitidos en una determinada frecuencia; pues bien, se trata de interpretar de manera visual mediante un foquito, si se ha conseguido ajustar un instrumento a los tonos requeridos a través de un micrófono, mediante dicha frecuencia. A este proceso se le llama “adquisición de fase”. Durante este proceso tanto la fase de la portadora recibida como la del oscilador local inician con una distribución aleatoria de la diferencia de fase entre 0 y 2π , hasta alcanzar un estado estacionario con una diferencia de fase muy pequeña, para tal efecto se requiere de un “rastreo de fase”. Durante este proceso, el estado estacionario se mantiene con un pequeño error de fase. Simplificando el análisis se asume que el sistema se encuentra durante el rastreo de fase.

Por lo tanto, como el error de fase $f_e(t)$ es pequeño, se puede hacer la siguiente aproximación:

$$\text{sen } f_e(t) \approx f_e(t)$$

Se obtiene entonces para la señal de error de fase, la siguiente expresión.

$$V_L(t) = A_n f_e(t) + n(t)$$

Este proceso está envuelto en una modulación de portadora, para lo cual se emplea la modulación ya sea por AM o por FM.

Uno de los problemas más comunes al efectuar este proceso es el ruido, razón por la cual se emplea la modulación por FM, para lograr una mejor proporción de salida.



En particular, debemos ser capaces de aprovechar la ventaja de FM cuando la razón de entrada señal/ruido es baja.

Existe sin embargo, un umbral de FM que se presenta como un inconveniente serio para emplear la modulación por esta misma técnica, disminuir este umbral constituye una de las particularidades de este trabajo.

Uno de los demoduladores que consigue tal efecto es el demodulador de Lazo Cerrado por Fase.

Objetivo general

Analizar el funcionamiento del Lazo Cerrado por Fase (PLL) para adaptarlo como afinador.

Objetivos específicos

- 1.- Explicar el concepto general del PLL y los particulares correspondientes a sus componentes.
- 2.- Analizar el funcionamiento teórico del PLL como demodulador.
- 3.- Demostrar que en el punto anterior, el PLL tiene una ecuación diferencial que expresa el orden y el comportamiento del PLL.
- 4.- Caracterizar el dispositivo comercial PLL 4046 para efectos de implementación física.

MATERIALES Y MÉTODOS

Análisis teórico. Estudio del material bibliográfico suficiente para fines de comprensión y explicación de los contenidos matemáticos¹ y electrónicos².

Elementos básicos del PLL. Se explicó y se demostró matemáticamente que los elementos

estructurales básicos del PLL son: Un Comparador de Fase, constituido por un multiplicador de señales y un filtro del tipo “pasa-bajas” frecuencias, y un Oscilador Controlado por Voltaje (VCO), conformado a su vez, por una fuente de una señal periódica cuya frecuencia puede determinarse por un voltaje aplicado al VCO desde una fuente externa.

Uno de los puntos importantes a tratar, fue la relación voltaje – frecuencia, pues dado cierto tono (cierta frecuencia), relacionaríamos cierto nivel de voltaje.

Se encontró, suponiendo que el VCO generara una onda senoidal de amplitud B, de frecuencia angular ω_c y con una sensibilidad de frecuencia G rad/s volt; siendo G el cambio en la frecuencia angular instantánea ω_i producido por un cambio en el voltaje V_o controlador de frecuencia, que:

$$G_o = \frac{d\omega_i}{dv}$$

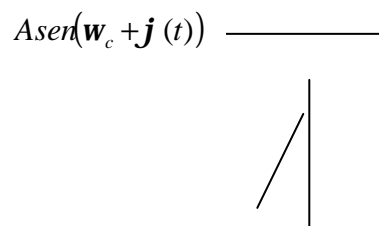
para lo cual, G_o juega el mismo papel que la constante K. Por lo tanto, la señal del oscilador V_{osc} es:

$$V_{osc} = B \cos \left(\omega_c t + G_o \int_{-\infty}^t v(l) dl \right)$$

Encontrándose la frecuencia angular instantánea como:

$$\omega_i = \omega_c + G_o v(t)$$

El PLL como demodulador: La manera en como se conectaron el comparador de fase y el VCO para formar un PLL se muestra en el siguiente diagrama





$$B \cos \left(\omega_c t + G_o \int_{-\infty}^t V_o(I) dI \right)$$

A la anterior configuración se le denominó un PLL de primer orden, ya que cualitativamente puede usarse para recuperar la señal de banda base de una portadora modulada FM.

Se puede observar una portadora modulada por frecuencia $A \text{sen}(\omega_c + j(t))$ y una $B \cos(\omega_c t + j_2(t))$, por lo que las dos entradas del comparador difieren en fase 90°. Haciendo un cambio brusco en la frecuencia, se ocasionó que $F(t)$ empezara a incrementarse linealmente con el tiempo. La diferencia de fase en la entrada del comparador generaría una salida positiva V_o , la cual a su tiempo aumentaría la frecuencia del VCO. Después de haber tenido un punto de equilibrio, se generaría uno nuevo cuando la frecuencia del VCO hubiera sido incrementada hasta igualar la frecuencia de la señal de entrada. Establecido el equilibrio, la señal de entrada y la salida del VCO serían idénticas en frecuencia, pero ya no desfasadas por 90°.

Si el VCO debe operar a una frecuencia diferente a su frecuencia inicial ω_i , debe haber una salida inicial V_o y por ende una partida de la diferencia de fase de 90° en la entrada, la cual da $V_o=0$.

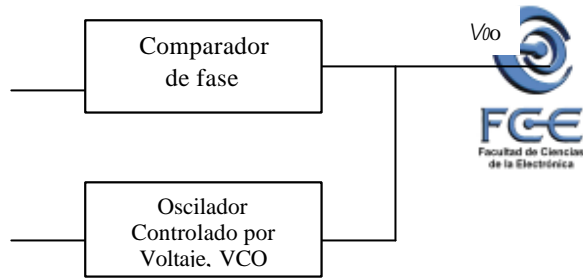
Si la entrada y las frecuencias del VCO deben estar en equilibrio, necesitamos que:

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{d}{dt} G_o \int_{-\infty}^t V_o(I) dI,$$

para la cual, dejando que $dF/dt = \omega$, tenemos:

$$V_o(t) = \frac{\omega}{G_o}$$

Este fue uno de los puntos importantes encontrados que nos expresó que el voltaje de salida es proporcional al cambio de frecuencia como se requiere en un demodulador de FM. Vemos entonces que si la frecuencia del portador de entrada cambia continuamente y a una velocidad que es baja en comparación con el tiempo requerido para que el PLL establezca un nuevo punto de equilibrio, la



salida del PLL es proporcional a la variación de frecuencia del portador.

El PLL como sistema de Control. El PLL es un sistema de Control retroalimentado, en el cual la señal de error es la diferencia entre la portadora modulada y la señal del VCO, lo cual ameritó otro tipo de análisis.

Después de haber considerado ciertas condiciones, entre ellas el tipo de la señal de entrada (cuadrada o senoidal) y que la característica del comparador de fase es lineal, se obtuvo una relación que mostrara explícitamente la relación entre el compensador de frecuencia (offset) $d\Phi/dt$ y el voltaje de salida $V_o(t)$, la cual fue:

$$\frac{dV_o}{dt} + \frac{V_o}{t} = \frac{1}{G_o t} \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{para} \quad |y| \leq \frac{p}{2}$$

Además, se notó que con el comparador de fase y teniendo en cuenta la característica sinusoidal, la ecuación correspondiente fue:

$$\frac{dy}{dt} + \frac{\text{sen} y}{t'} = \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad \text{con} \quad t' = \frac{1}{ABG_p G_o}$$

donde se puede sustituir a $\text{sen} y$ por y , para una y pequeña.

Después de algunas operaciones de ecuaciones diferenciales, se encontró que sustituyendo y por $d\Phi/dt$, la solución sujeta a condiciones iniciales fue:

$$y = y(1 - e^{-t/t'})$$

Esto indicó que, si $y \leq p/2$, y aproximará su nuevo valor de estado fijo con una constante de tiempo t' . Por lo que el nuevo estado de equilibrio fijo es a $y = y_e = y \leq p/2$, o de manera correspondiente, el voltaje de salida de estado fijo V_o está dado por:

$$V_o(t) = \frac{\omega}{G_o}$$



RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se notó que mientras el comparador de fase operara dentro de cierto rango, esto es, $|y| \leq \frac{P}{2}$, el punto de operación de estado fijo estaría dado por $\omega = \omega_t$. Ahora bien, se encontró que en el cambio de frecuencia angular ω del portador de entrada, se encontraba el rango de operación del PLL, el cual sólo lleva el punto de operación de estado fijo de 0 a B ó de 0 hasta A. ($|y| \leq \frac{P}{2}$)

Este rango de operación está dado por:

$$R = \omega_{m\acute{a}x} = \frac{y_{m\acute{a}x}}{t} = \frac{P/2}{t} = \frac{P}{2t}$$

Se observó además que, el comportamiento del PLL está determinado completamente por el parámetro t (o t').

CONCLUSIONES

1. Observamos que una simple constante de tiempo t determina tanto el rango del PLL como su respuesta en frecuencia.

2. El mérito del PLL se muestra especialmente cuando es operado de manera que su punto de operación oscile fuera del rango $|y| \leq \frac{P}{2}$.

3. Un análisis de 2° orden en la ecuación que describe el comportamiento del PLL, cualitativamente suprime con mayor efectividad un problema que se presenta en el de 1° orden, la supresión de picos.

Agradecimientos:

Este trabajo fue posible gracias a la tutoría que me ofreció el M. C. Arturo Prieto Fuenlabrada, para quien expreso mi más sincero agradecimiento por su tiempo y sus valiosos consejos.

Referencias:

1. SHILING, J. E. (1989). Principles of Communication Systems. Págs.: 411-437.
2. BERLLN M. Howard. Design of Phase-Locked Loop Circuits with experiments. Págs.: 24-34; 133-157
3. ZILL, G. Dennis. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones. Págs.: 66-69