



SOLITONES EN UNA LÍNEA DE TRANSMISIÓN NO LINEAL

L. C. Gómez-Pavón, A. López-Archundia*, R. Machado-Fuentes*,

E. Martí-Panameño*, M. M. Méndez Otero*

Facultad de Ciencias de la Electrónica - BUAP

Av. San Claudio y 18 sur Edif. 129-CU, Puebla, Mex. 72570

E-mail: gpavon@fcfm.buap.mx

*Laboratorio de Fotónica, Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas - BUAP

Av. San Claudio y 18 Sur, Puebla, Mex., 72570

RESUMEN

El presente trabajo se presenta el estudio de las propiedades fundamentales de los solitones, como son la generación, propagación, interacción, dependencia a los parámetros críticos del sistema, en una línea de transmisión no lineal (LTNL), la cual está conformada por celdas de capacitores no lineales e inductancias dispersivas:

1. INTRODUCCIÓN

Más de 150 años han pasado desde que los solitones fueron descubiertos por J. S. Russell en el agua de un canal poco profundo en Escocia. La observación de Russell atrajo poca atención, siendo hasta finales del siglo 20 que el campo de los solitones y la ciencia no lineal en general empezó a florecer. En décadas recientes, los solitones han sido identificados en un número de sistemas físicos diferentes: ondas de agua profundas y poco profundas, ondas en plasmas, ondas de sonido en helio líquido, excitaciones sobre cadenas de ADN, por mencionar sólo algunos.

Actualmente, muchos investigadores están de acuerdo en que los solitones ópticos son los que están al frente de la investigación del solitón en todas las ramas de la ciencia en las cuales son estudiados. Una razón importante por lo que pasa esto es el auge de la tecnología de las comunicaciones ópticas en la década pasada. Durante este período, la necesidad de una alta capacidad de transmisión óptica y el procesamiento electro-óptico y todo-óptico de información ha conducido a una gran inversión de recursos en investigación sobre óptica no lineal.

Una de las posibilidades de introducir el estudio de la dinámica de los solitones es usar una Línea de Transmisión no Lineal (LTNL), debido a que el buscar instrumentar laboratorios con sistemas de fibra óptica no lineales representan inversiones

excesivas para los presupuestos universitarios, así como serias dificultades en su instrumentación. La LTNL es una red eléctrica construida con componentes comercialmente disponibles y de bajo costo (inductancias dispersivas y capacitancias no lineales), y permite bajo condiciones específicas generar pulsos tipo solitón. Los parámetros de los pulsos, tales como el orden del solitón, la velocidad, así como el ancho, dependen de la amplitud del pulso inicial, la frecuencia, el voltaje de polarización y la resistencia de carga.

2. MODELO MATEMÁTICO

En una línea de transmisión no lineal la dispersión puede compensar el efecto de no linealidad, dando lugar a un pulso tipo solitón, el cual tiene la propiedad de propagarse con una velocidad y perfil constante.

Considerando una red eléctrica elemental LC, con inductores lineales y capacitores no lineales como la de la fig. 1.

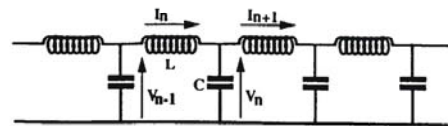


Figura 1. Circuito equivalente de una red eléctrica con inductancia lineal L y capacitancia no lineal C(V_n) en cada sección.

La capacitancia se supone que tiene una dependencia no lineal del voltaje V_n:

$$C(V_n) = \frac{dQ(V_n)}{dV_n} \quad (1)$$

en donde Q(V_n) representa la carga almacenada en el n-ésimo capacitor. La inductancia se supone que es independiente de la corriente: dΦ = LdI_n.

Utilizando:

$$V_{n-1} - V_n = \frac{d\Phi_n(t)}{dt}, \quad I_n - I_{n+1} = \frac{dQ_n(t)}{dt} \quad (2)$$

y usando (1), se tiene:

$$\frac{dQ_n}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left[C(V_n) \frac{dV_n}{dt} \right] = \frac{1}{L} (V_{n+1} + V_{n-1} - 2V_n), \quad (3)$$

Suponiendo que para una voltaje suficientemente pequeño la relación voltaje-capacitancia puede aproximarse por:

$$C(V_n) = C_0(1 - 2bV_n) \quad (4)$$

Sustituyendo (4) en (3), se obtiene:

$$LC_0 \frac{d^2V_n}{dt^2} - LC_0b \frac{d^2V_n^2}{dt^2} = (V_{n+1} + V_{n-1} - 2V_n) \quad (5)$$

Este sistema de ecuaciones discretas no lineales no puede resolverse analíticamente, solamente usando métodos numéricos. Entonces, para obtener soluciones aproximadas se emplea el límite continuo, esto es, si el voltaje o la corriente varían lentamente de una celda a la otra, el índice discreto n puede considerarse como una variable continua x , y tomando $x=n\delta$, para tener:

$$V_{xx} - (\delta^2 / LC_0) V_{xx} = (\delta^4 / 12LC_0) V_{xxxx} + bV^2_{xx} \quad (6)$$

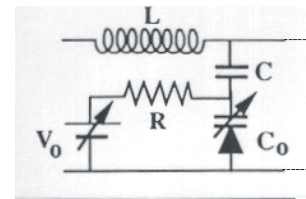
Esta es la ecuación de onda dispersiva y no lineal. El lado izquierdo de la ecuación es el término lineal y el segundo término del lado derecho el término no lineal, esta ecuación se puede reducir la ec. (6) a la ecuación Korteweg-de Vries (KdV), la cual admite soluciones de las ondas tipo solitón y tiene la siguiente forma:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + bc_0V \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{c}{24} \frac{\partial^3 V}{\partial s^3} = 0$$

3. Desarrollo Experimental

Como se mencionó anteriormente, la LTNL se construyó con 100 celdas, cada una de las cuales

está compuesta por una inductancia dispersiva y un capacitor no lineal, el cual consiste de un diodo varactor que es polarizado inversamente. En la fig. 2 a) se muestra el diagrama de cada una de las celdas, en 2b) se presenta el sistema completo para el estudio de la generación y propagación de los pulsos tipo solitón.



(a)



(b)



(c)

Figura 2. a) Diagrama electrónico de cada una de las celdas que conforman la LTNL, b, c) arreglo experimental del kit para el estudio de los pulsos tipo solitón.

Además de la LTNL, se diseñó y construyó un generador de ondas para insertar las ondas senoidales o cuadradas en la LTNL, así como la fuente de voltaje para la polarización del diodo

varactor. Para observar los pulsos se utilizó un osciloscopio LG Digital OS-310M.

4. RESULTADOS.

Con la finalidad de generar un pulso tipo solitón, enviamos una onda cuadrada al inicio de la LTNL, la cual empieza a deformarse al pasar a través de la primera celda y observamos que el pulso inicial se rompe en un pulso tipo solitón después de propagarse a través de un cierto número de celdas^[2], como se muestra en la figura 3. En esta figura, se presentan las celdas en donde se forma el pulso tipo solitón al propagarse la señal en la LTNL; a partir de la celda 85 se muestra como antes de formarse el solitón se propagan dos pulsos que al momento de colisionar forman uno sólo (celda 89)^[2], después de la colisión se separan nuevamente. Este comportamiento es repetitivo a través de toda la línea.

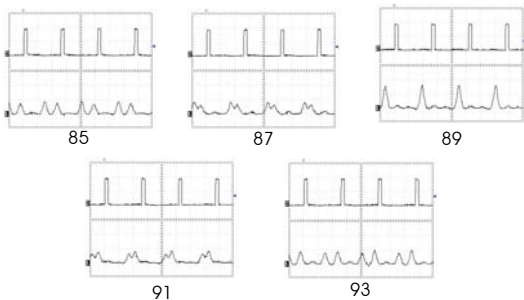


Figura 3. Generación y propagación de pulsos tipos solitón en la LTNL

Tomando en cuenta esta forma de propagación consideramos que el régimen de trabajo de la línea es con solitones de orden superior, y que la periodicidad con la que se forman los solitones es la longitud de pulsación (beat length).

En los experimentos llevados a cabo con la LTNL, el análisis se realizó para diferentes valores de frecuencia, voltaje de polarización y amplitud de la señal de entrada. En la fig. 4, se muestra que al incrementarse el valor de la frecuencia de la señal de entrada, el valor de la amplitud del pulso tipo solitón de salida decrece, este comportamiento es posible observarlo también en la figura 3.

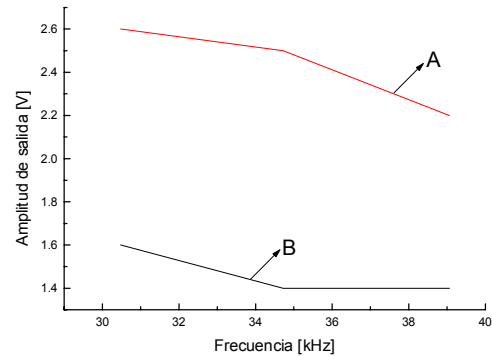


Figura 4. Amplitud de la señal de salida en función de la frecuencia (v) aplicada a la señal de entrada. A - La primera celda en donde se forma el solitón y B- la celda en donde se observa el último solitón en la LTNL.

Otra característica observada en nuestros experimentos es que al incrementarse el valor de la frecuencia aplicada a la señal de entrada de la LTNL, el pulso tipo solitón se forma en un mayor número de celdas que conforman la LTNL, lo cual se muestra en la fig. 5. Este resultado es importante debido a que nos indica que si se incrementa la frecuencia de la señal de entrada es posible obtener solitones de orden uno, los cuales tienen la propiedad de propagarse sin deformarse su forma y su amplitud a través de la línea.

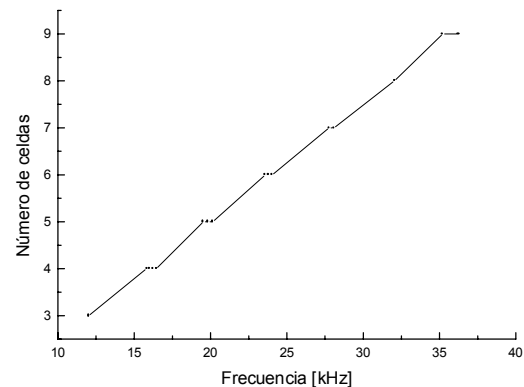


Figura 5. Número de celdas de la LTNL en donde se forma el pulso tipo solitón en función de la frecuencia de la señal de entrada.

Otro resultado encontrado en nuestros experimentos fue el hecho de que al incrementarse

la amplitud de la señal de entrada, la frecuencia que se debe aplicar a esta señal para que se formen los pulsos tipo solitón también debe incrementarse.

Aunado a los resultados anteriores se observó que la amplitud de los pulsos tipo solitón decrece al incrementarse el número de celdas de la LTNL, como se muestra en la fig. 5. En nuestra opinión, consideramos que este comportamiento puede deberse a la resistencia parásita que existe en la LTNL.

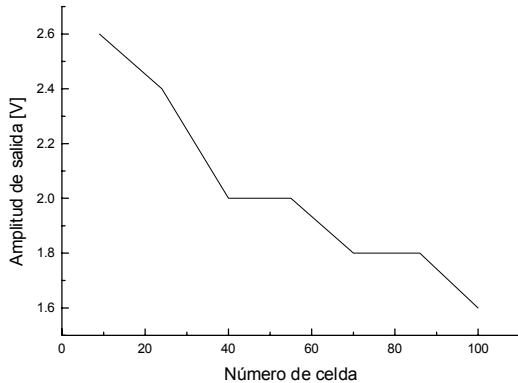


Figura 5. Amplitud de la señal de salida en función del número de celdas en donde se forma el pulso tipo solitón.

Finalmente, en la fig. 6 se observa que al incrementarse la frecuencia de la señal de entrada el pulso tipo solitón se forma en un mayor número de celdas dentro de la LTNL.

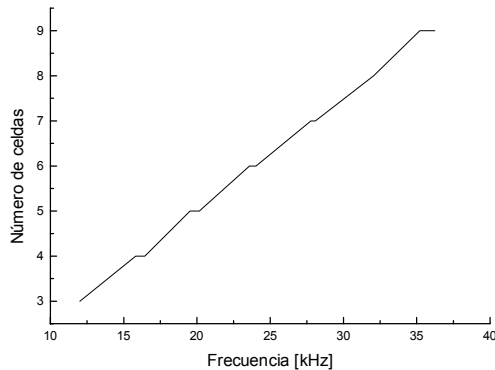


Figura 6. Número de celdas en las cuales se forma el pulso el pulso tipo solitón en función de la frecuencia de la señal de entrada.

5. CONCLUSIONES.

Al incrementarse la frecuencia se observa de manera consistente que la longitud de pulsación (beat length) disminuye. En el marco de estos experimentos esta dependencia es lineal, por lo que concluimos que el régimen de trabajo de la línea es con solitones de orden superior y consideramos que es posible, con los parámetros de la amplitud de polarización y de la señal de entrada, que incrementando la frecuencia de la señal de entrada se obtengan solitones de orden 1, los cuales se propagarían sin distorsión a lo largo de toda la línea.

6. REFERENCIAS

[1] M. Remoissenet, Waves Called Solitons, 3rd Ed., NY, USA, Springer Verlag (1999).

