

# Implementación de la Transformada Discreta del Coseno

Néstor Hernández Cruz

nestor@ieee.org

Dr. Guillermo Espinosa Flores-Verdad

INAOE

*Resumén*—La transformada discreta del coseno es una herramienta muy útil en el procesamiento de señales, debido a que sus propiedades se aproximan a la transformada Karhunen-Loeve, óptima para la decorrelación total de señales. Esto permite el tratamiento aislado de cada una de las partes que componen a un dato en particular. La implementación de esta transformada se ha abordado en trabajos anteriores. Sin embargo, nunca usando un perfil analógico.

## Introducción

La transformada discreta del coseno —se usará TDC—, es una invaluable herramienta para el procesamiento de señales. Aunque reciente su descubrimiento, sus aplicaciones se multiplican día a día. Parte de la transformada de Fourier, y es en esencia un caso especial para datos con duración finita.

Se la puede clasificar en 8 tipos diferentes, que sólo varían en las constantes que se involucran dejando el kernel prácticamente intacto.

## TDC a bloques

La forma general que se implementará es la de tipo I[1] mostrándose a continuación.

$$\mathbf{X}_c(m) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^N k_m k_n \cos\left(\frac{mn\pi}{N}\right) \mathbf{x}(m) \quad (1)$$

De lo anterior llegamos a los siguientes bloques.

1. Raíz cuadrada
2. División
3. Suma
4. Conteo

## 5. Multiplicación

## 6. Coseno

Se ve que algunos de ellos no son bloques simples, tampoco se pueden implementar usando operaciones básicas en cascada. Sin embargo, existen circuitos que presentan un comportamiento parecido al de las operaciones a realizar.

## Principio Translineal

El principio translineal[2] es usado para circuitos cuya relación entre sus variables eléctricas dan como un resultado final un comportamiento lineal, aun cuando los elementos que los forman sean intrínsecamente no lineales.

Un transistor de metal-óxido semiconductor —MOS—, tiene una relación cuadrática de la entrada a su salida. Manipulando este hecho podemos realizar circuitos cuya complejidad no es apreciable y que su desempeño es muy bueno.

## Resumén de circuitos

La mayoría de los circuitos se han diseñado; se hace de ellos un resumén en esta sección en la siguiente se dan los circuitos que faltan y cual será la guía a seguir para su diseño.

Una cosa remarcable es que los circuitos trabajan todos en modo corriente, es decir las variables de diseño se especifican como corrientes, ya sea de entrada o salida.

## Cuadrador

El más versátil de los circuitos translineales; en base a él se diseña el multiplicador y eventualmente el divisor [3], [4].

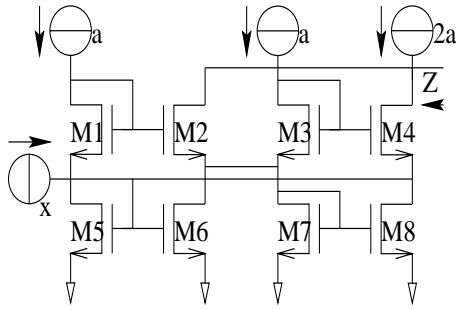


Figura 1: El bloque para elevar al cuadrado  $z = \frac{x^2}{8a}$ .

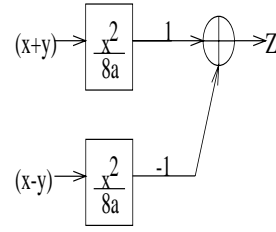


Figura 3: El multiplicador, donde  $z = \frac{xy}{2a}$ .

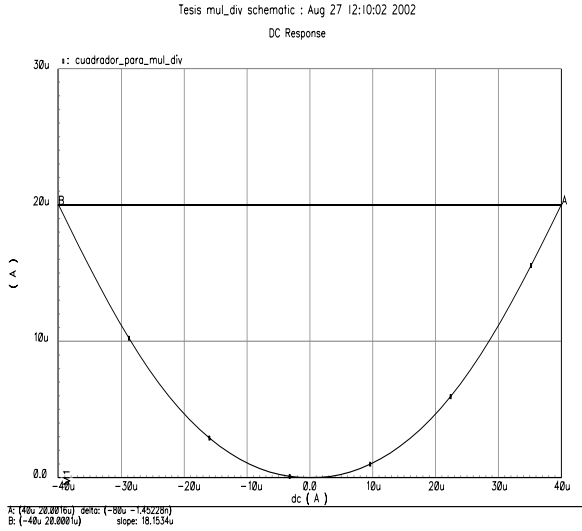


Figura 2: Resultado de la simulación del bloque para elevar al cuadrado. La entrada es una corriente que varía de -10uA a 10uA.

### Multiplicador

Usando dos circuitos para elevar al cuadrado tenemos un multiplicador de 4 cuadrantes en modo totalmente en corriente. Esto significa que tanto las entradas como las salidas, son variables expresadas en corriente. Lo anterior se logra a partir del siguiente diagrama a bloques.  $x$  e  $y$  representan las corrientes a multiplicar.

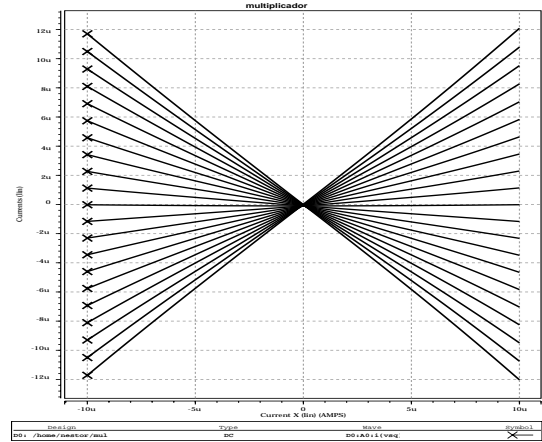


Figura 4: Simulación del multiplicador analógico de 4 cuadrantes. Para  $x$  se varía en pasos de corriente de 1uA, en un rango de -11uA a 11uA.  $y$  hace un barrido de -10uA a 10uA.

### Divisor

El divisor se puede construir a partir del multiplicador, veáse el siguiente diagrama a bloques de un divisor genérico.

La función de transferencia es como sigue.

$$A + C = D$$

$$C = -BD$$

$$D = \frac{A}{B + 1}$$

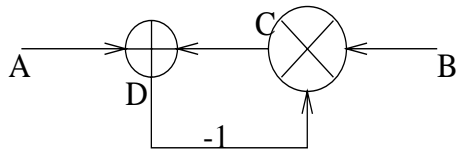


Figura 5: Divisor a bloques.

De nuestro multiplicador anterior sabemos que la salida no es netamente  $DB$  sino más bien  $\frac{BD}{2a}$ , introduciendo esa modificación la función de transferencia queda como sigue:

$$A + C = D$$

$$C = \frac{-BD}{2a}$$

$$D = \frac{A}{1 + \frac{B}{2a}}$$

Como se ve de la función de transferencia se tiene un factor +1 en la división, para quitarlo hacemos  $B = \beta - \alpha$ , en donde  $\alpha$  es una constante.

$$A + C = D$$

$$C = -D \frac{(\beta - \alpha)}{2a}$$

$$D = \frac{A}{1 + \frac{\beta}{2a} - \frac{\alpha}{2a}}$$

si  $\frac{\alpha}{2a} = 1$  entonces llegamos a

$$D = 2a \frac{A}{\beta}$$

**Raíz cuadrada**

Para la obtención de la raíz cuadrada de una corriente se tiene la topología que se muestra en la figura.

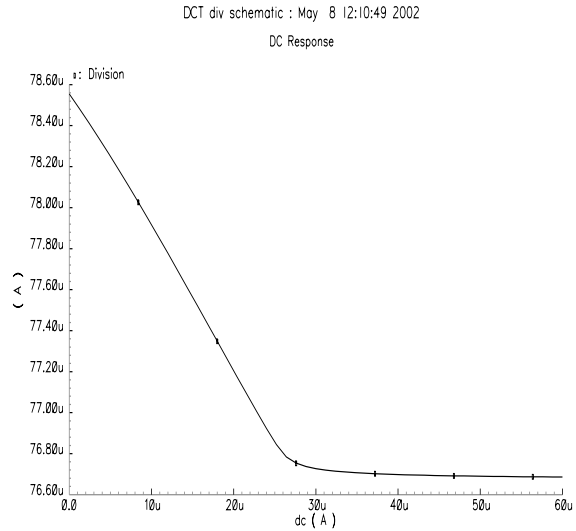


Figura 6: Simulación del divisor.

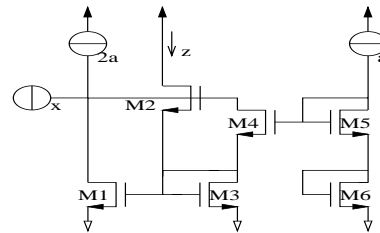


Figura 7: Circuito que extrae la raíz cuadrada de una corriente dada.



Figura 8: Simulación del circuito para obtener una raíz cuadrada.

**Recapitulación**

Los bloques que se han mostrado sirven para elaborar otros mas que realicen las operaciones complicadas, tales

como el coseno y la TDC. El conteo por su parte requiere de un espacio aparte debido a que involucra una cantidad de elementos que por razones de espacio se omiten. Para mas detalles remitirse con los autores. Con respecto al coseno cabe mencionar que se estudian tres aproximaciones que realizan el coseno de un argumento dado: Serie de Taylor, Serie de Productos Infinita y la aproximación usada por Seevinck[5].

### Conclusiones

Se ha podido comprobar que el diseño analógico brinda los caminos apropiados para la elaboración de sistemas que requieren de operaciones complicadas, sin la necesidad de algoritmos complejos. Otra de las cosas es el uso del modo corriente, que ayuda en la obtención de velocidades altas de procesamiento, útiles para aplicaciones en tiempo real. Otra de las ventajas es la reducción de área al no tener que usar elementos de almacenamiento; sobre la disipación de potencia aún no se ha hecho un trabajo formal.

### Referencias

- [1] Gilbert Strang: *The Discrete Cosine Transform*, ©1999 Society for Industrial and Applied Mathematics. SIAM Review. Vol. 41, No. 1, pp. 135–147.
- [2] Generalized Translinear Principle. E. Seevinck & R. J. Wiegerink. ©IEEE JSSC. Vol. SC-26, pp. 1098-1102, 1991.
- [3] Remco J. Wiegerink. Analysis and Synthesis of MOS Translinear Circuits. ©1993 by Kluwer Academic Publishers.
- [4] A CMOS Current-Mode Analog Fuzzy Adaptive Filter. A. Díaz-Méndez, G. Espinosa, et. al. ©Journal of Signal Processing, Vol. 5, No. 4, pp. 311–318, July 2001.
- [5] Seevinck E. 1981 Simple, wide range approximations to trigonometric and inverse trigonometric functions useful in realtime signal processing. ©IEE Proceedings, Part G, 128, 41–45.