



ANÁLISIS SIMBÓLICO EN REDES ACTIVAS DE TRANSCONDUCTANCIA-CAPACITANCIA GM-C

Luis Abraham Sánchez Gaspariano
Facultad de Ciencias de la Electrónica
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Av. San Claudio S/N, Ciudad Universitaria, C.P. 72520, Puebla Pue., México

RESUMEN

De todos es conocida la importancia del manejo simbólico en técnicas de análisis, i.e. el estudio de la teoría de control no se concibe sin el uso de la fórmula de Mason. Este artículo tiene por objeto remarcar la importancia del uso simbólico y la aplicación de la fórmula de Mason en teoría de circuitos [1]. Se empieza con ejemplos sencillos y se concluye con aplicaciones con amplificadores operacionales de transconductancia (OTA's) [2]. Asimismo, se presentan algunas simplificaciones novedosas derivadas de este uso simbólico en el análisis de filtros bicuadráticos continuos *gm-C*. Por consiguiente, el efecto de los OTA's no ideales que lo componen se hace patente mediante este método de análisis[6].

La obtención de un diagrama eléctrico nuevo para un filtro pasabanda continuo *gm-C* de segundo orden con factor de calidad *Q* enriquecido, con una topología circuital que incluye OTA's y amplificadores operacionales (OPAM's) ha sido el resultado de emplear la técnica de gráficos de flujo de señal en el análisis de una estructura bicuadrática general de transconductancia-capacitancia.

INTRODUCCIÓN

Un grafo es una representación de una serie de relaciones algebraicas lineales en forma gráfica para analizar un circuito, para lo que son necesarias tres relaciones básicas de teoría de circuitos

- Ley de voltajes de Kirchhoff (LKV)
- Ley de corrientes de Kirchhoff (LKC)
- Las relaciones funcionales voltaje-corriente en los elementos

A continuación, en la figura 1 se muestra la sistematización de un ejemplo sencillo, se trata de una

red de escalera de segundo orden, traducida al lenguaje simbólico

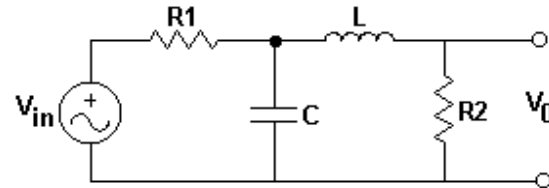


Figura 1. Red pasiva de segundo orden

La solución de la red pasiva empleando las tres relaciones mencionadas son:

1) LKV

$$V_{in} = V_{R1} + V_C \quad (1)$$

$$V_C = V_L + V_{R2} \quad (2)$$

$$V_0 = V_{R2} \quad (3)$$

2) LKC

$$I_{R1} = I_C + I_L \quad (4)$$

$$I_L = I_{R2} \quad (5)$$

3) De las relaciones funcionales

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} \quad (6)$$

$$V_C = I_C / sC \quad (7)$$

$$V_L = sL I_L \quad (8)$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} \quad (9)$$

Se plantean primero todas las variables como nodos de la representación simbólica. Esto puede apreciarse en la figura 2.



V_{in} V_{R1} V_C V_L V_{R2} V_0

i_{R1} i_C i_L i_{R2}

Figura 2. Variables nodales

Rescribiendo (1) como $V_{R1} = V_{in} - V_C$ tenemos

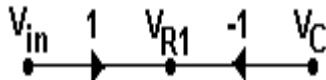


Figura 3. Grafo inicial

Donde la dirección de la flecha indica que V_{R1} actúa como variable dependiente de otra variable (nodo) de (6) modificada como $I_{R1} = V_{R1}/R_1$, tenemos

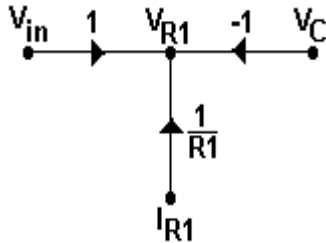


Figura 4. Grafo con dos relaciones

Procediendo de esta manera con las ecuaciones restantes del grafo resultante del circuito de la figura 1, encontramos

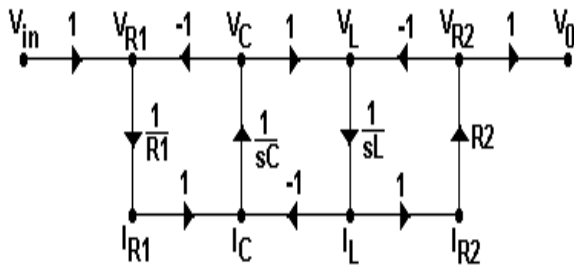


Figura 5. Grafo del circuito.

Aplicando la fórmula de Mason, la función de transferencia resultante es

$$V_0 = \frac{R_2}{R_1 s^2 LC} \left(1 + \frac{1}{R_1 s C} + \frac{1}{s^2 LC} + \frac{R_2}{sL} + \frac{R_2}{s^2 LRC} \right) \quad (10)$$

Existen técnicas más sofisticadas para crear grafos, pero se pierde el sentido original de análisis. A continuación se demuestra un planteamiento tal que permite visualizar y resolver problemas aparentemente muy complejos.

APLICACIÓN A REDES ACTIVAS DE TRANSCONDUCTANCIA-CAPACITANCIA GM-C

Extendiendo el resultado a redes activas que tienen como configuraciones la topología de integración con transconductancia-capacitancia ($gm-C$), la ventaja de manejar el modelo simbólico en las expresiones obtenidas es que permite apreciar el flujo de las señales sin que el resultado se vea alterado.

En la figura 6 se muestra la configuración general de un amplificador de transconductancia así como su relación corriente-voltaje.

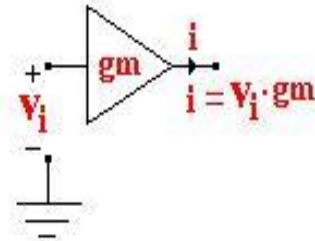


Figura 6. Forma más simple de un amplificador de transconductancia.

De la figura 6 puede verse que en amplificador de transconductancia, la carga será provista por una corriente que es controlada mediante el valor de transconductancia del amplificador, es decir, la salida del amplificador no consume corriente y el voltaje de salida dependerá de la carga que ve dicha salida. Bajo esta premisa, entonces podemos obtener la función de integración si la carga del amplificador está compuesta por una capacitancia. La figura 7 muestra la configuración básica de un integrador $gm-C$ así como su voltaje de salida en función de la corriente entregada a la carga C .

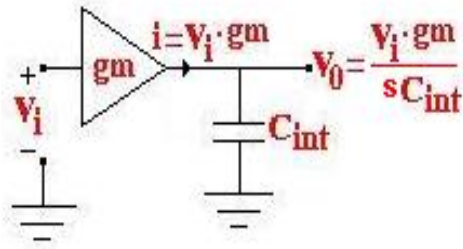


Figura 7. Integrador básico gm-C

De la figura 7 puede apreciarse que la función de transferencia está dada por

$$T(s) = \frac{gm}{sC_{int}} \quad (11)$$

Las ecuaciones correspondientes de voltaje, corriente y las relaciones entre sí están dadas por

$$I_C = V_i gm \quad (11)$$

$$V_C = I_C / sC_{int} \quad (12)$$

$$V_0 = V_C \quad (13)$$

Si ahora analizamos cuidadosamente el circuito desde el punto de vista de los gráficos de flujo de señal veremos que tendremos un grafo correspondiente al que muestra la figura 8, según las expresiones (11) (12) y (13).

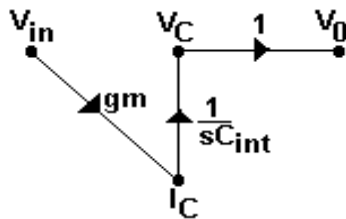


Figura 8. Grafo de integrador gm-C.

Aplicando ahora la fórmula de Mason obtenemos

$$v_0 = \frac{gm v_{in}}{sC_{int}} \quad (14)$$

Entonces hemos obtenido el mismo resultado aplicando los dos métodos. Veamos ahora la utilidad del método gráfico cuando se tiene un integrador más complicado. La figura 9 muestra la topología de un integrador gm-C compuesto por más de un

amplificador de transconductancia y compuesto además por muchos divisores de voltaje capacitivos. Si analizáramos el circuito aplicando el principio de superposición para entonces sumar todas las corrientes que entregan cada uno de los amplificadores y luego agregáramos todos los voltajes provenientes de los divisores capacitivos de voltaje con el propósito de hallar el voltaje de salida, tendríamos

$$C_{eff} = C_{int} + \sum_{j=1}^n C_j \quad (15)$$

$$I_{Ceff} = \sum_{i=1}^n gm_i \cdot v_i \quad (16)$$

$$V_0 = \frac{I_{Ceff}}{sC_{eff}} + \sum_{j=1}^n \frac{C_j V_j}{C_{eff}} \quad (17)$$

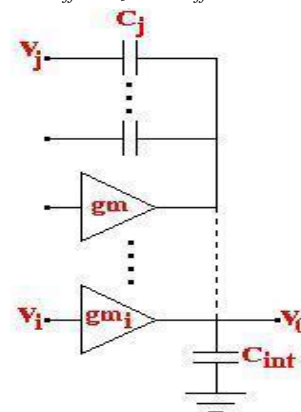


Figura 9. Integrador gm-C compuesto.

La relación (15) es el resultado de aplicar superposición al sistema. La figura 10 muestra la relación expuesta en (15).

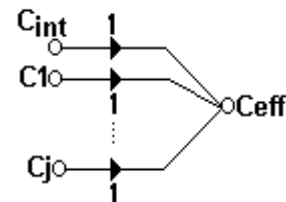


Figura 10. Grafo correspondiente a la capacitancia equivalente del integrador gm-C compuesto.

Ahora bien, tenemos que tomar en cuenta que todos las corrientes de salida de los amplificadores de transconductancia gm_i suman sus corrientes entregadas en la carga equivalente C_{eff} .

Además cuando aplicamos superposición también tomamos en cuenta el efecto de los divisores capacitivos formados entre el capacitor C_{int} y los capacitores C_j , por lo que los voltajes V_j también se verán reflejados en la salida. La figura 11 muestra el grafo correspondiente a todas estas relaciones.

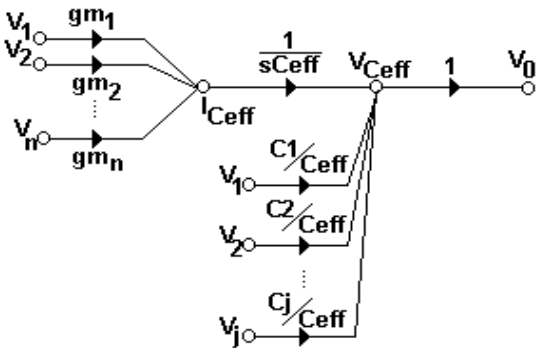


Figura 11. Grafo de flujo de señal correspondiente al circuito integrador gm-C compuesto.

Aplicando la fórmula de Mason, tenemos

$$V_0 = \sum_{i=1}^n \frac{gm_i \cdot v_i}{sC_{eff}} + \sum_{j=1}^n \frac{C_j V_j}{C_{eff}} \quad (18)$$

Donde C_{eff} es la relación exhibida en la figura 10.

$$C_{eff} = C_{int} + \sum_{j=1}^n C_j \quad (19)$$

La figura 12 muestra una estructura bicuadrática general compuesta por amplificadores de transconductancia y capacitancias.

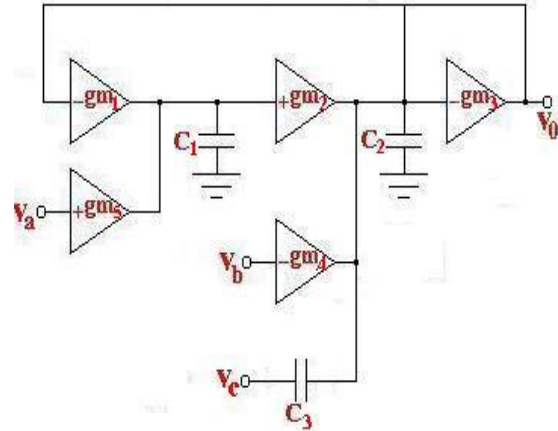


Figura 12. estructura bicuadrática general.

Como puede apreciarse, se trata de dos integradores conectados en cascada, por lo tanto los resultados obtenidos anteriormente deben servirnos para analizar esta estructura. A continuación se enlistan las ecuaciones de nodo para corrientes y voltajes así como las relaciones entre ellas.

$$I_{C1} = gm_5 V_a - gm_1 V_0 \quad (20)$$

$$V_{C1} = I_{C1}/sC_1 \quad (21)$$

$$I_{C2} = gm_2 V_{C1} - gm_3 V_0 + gm_4 V_b \quad (22)$$

$$V_0 = (I_{C2}/sC_2) + (C_3 V_c/C_2) \quad (23)$$

$$V_0 = V_{C2} \quad (24)$$

La figura 13 muestra el grafo de señal correspondiente a las relaciones (20) a (24).

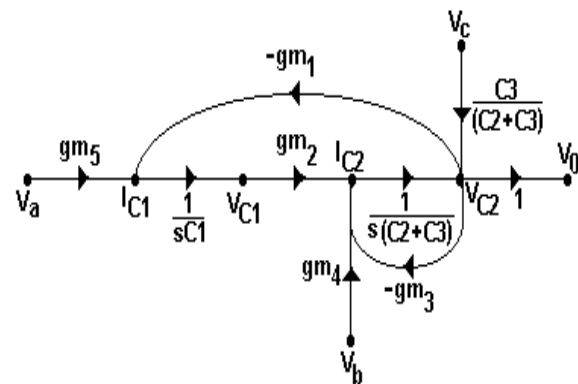


Figura 13. Grafo de señal de la estructura bicuadrática general.



Aplicando la fórmula de Mason, tenemos

$$V_0 = \frac{C_3}{C_2 + C_3} \cdot \frac{s^2 V_c + s \frac{gm_4}{C_3} V_b + \frac{gm_1 gm_2}{C_1 C_3} V_a}{s^2 + \frac{gm_3}{C_2 + C_3} s + \frac{gm_1 gm_2}{C_1 (C_2 + C_3)}} \quad (25)$$

Recordemos que la forma general de la función de transferencia de una estructura bicuadrática está dada por

$$T(S) = K \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad (26)$$

Comparando (25) y (26) pueden apreciarse las siguientes relaciones:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{gm_1 gm_2}{C_1 (C_2 + C_3)}} \quad (27)$$

$$Q = \sqrt{\frac{(C_2 + C_3)}{C_1}} \cdot \frac{\sqrt{gm_1 gm_2}}{gm_3} \quad (28)$$

$$a_2 = V_c \quad (29)$$

$$a_1 = \frac{gm_4}{C_3} \quad (30)$$

$$a_0 = \frac{gm_1 gm_2}{C_1 (C_2 + C_3)} \quad (31)$$

Dependiendo de los valores de los coeficientes a_2 , a_1 y a_0 , la función de un *filtro pasabajas* ($a_2 = a_1 = 0$), un *filtro pasaaltas* ($a_1 = a_0 = 0$), un *pasabanda* ($a_2 = a_0 = 0$), un *rechazabanda* ($a_1 = 0$) o un *pasatodo* puede ser construida. Empleando secciones bicuadráticas con una función de transferencia acorde a (25) en cascada, funciones de transferencia de orden superior pueden ser implementadas.



EL FILTRO PASABANDA DE SEGUNDO ORDEN GM-C

Fijemos nuestra atención ahora en el filtro pasabanda de segundo orden continuo gm-C de la figura 14, el cual ha sido implementado de la estructura bicuadrática general que ya ha sido analizada anteriormente.

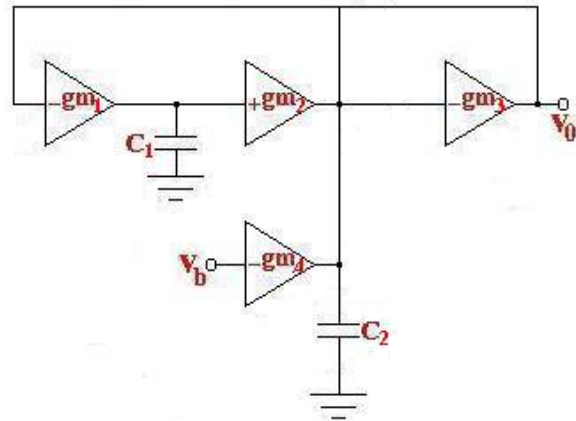


Figura 14. Filtro pasabanda bicuadrático gm-C.

Las relaciones corriente voltaje de este circuito están dadas por

$$I_{C1} = -gm_1 V_{C1} \quad (32)$$

$$V_{C1} = I_{C1} / s C_1 \quad (33)$$

$$I_{C2} = gm_2 V_{C1} - gm_3 V_{C2} + gm_4 V_{in} \quad (33)$$

$$V_{C2} = I_{C2} / s C_2 \quad (34)$$

$$V_0 = V_{C2} \quad (35)$$

En la figura 15 se muestra el grafo correspondiente al circuito de la figura 14

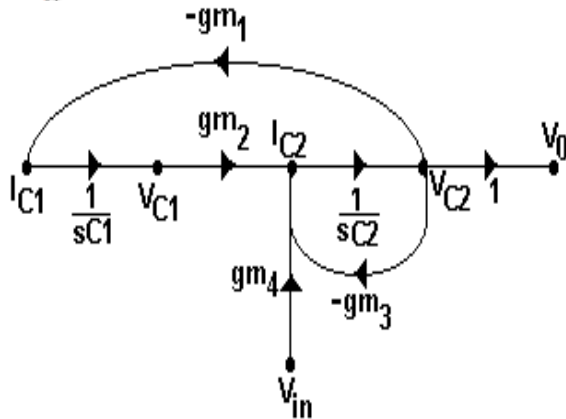


Figura 15. Grafo de señal para el filtro pasabanda gm-C.

Aplicando la fórmula de Mason tenemos

$$T(s) = \frac{\frac{gm_4}{C_2} s}{s^2 + \frac{gm_3}{C_2} s + \frac{gm_1 gm_2}{C_1 C_2}} \quad (36)$$

Comparando (36) con (26) encontramos las siguientes relaciones:

$$K = 1 \quad (37)$$

$$a_1 = \frac{gm_4}{C_2} \quad (38)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{gm_1 gm_2}{C_1 C_2}} \quad (39)$$

$$Q = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \cdot \frac{\sqrt{gm_1 gm_2}}{gm_3} \quad (40)$$

Supongamos que hacemos $gm_1 = gm_2$, entonces para poder obtener una Q alta necesitamos hacer que $C_2 \gg C_1$ y $gm_1 gm_2 \gg gm_3$. Con esto hemos afirmado que la transconductancia de magnitud más pequeña necesariamente es gm_3 . Debido a que la expresión para la transconductancia está dada por:

$$gm \equiv \frac{i_d}{v_{gs}} = k'_n \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH}) \quad (41)$$

Donde:

i_d = corriente de AC del drenaje

L = longitud de canal

V_{gs} = voltaje de AC entre compuerta (G) y fuente (S)

V_{GS} = voltaje de DC entre G

K'_n = parámetro de transconductancia del proceso

W = ancho de canal

V_{TH} = voltaje de umbral

Puede verse de (41) que la relación (W/L) para una gm dada está en términos del parámetro de transconductancia del proceso (K'_n), el voltaje eficaz ($V_{GS} - V_{TH}$) y la transconductancia gm de la siguiente manera:

$$\frac{W}{L} = \frac{gm}{k'_n} \cdot \frac{1}{(V_{GS} - V_{TH})} \quad (42)$$

Independientemente de que el voltaje eficaz fuera mayor o menor que la unidad, la única forma de asegurar relaciones (W/L) > 1 es haciendo $gm > K'_n$, ya que para un proceso con una L dada, es crítico obtener relaciones (W/L) < 1.

Esto último es muy importante, ya que lo que nos dice es que una limitante en la elección de los valores de la transconductancia de magnitud más pequeña gm_3 , es el valor de la K'_n disponible en la tecnología de fabricación empleada.

Otro hecho determinante en el diseño del filtro son las magnitudes de los capacitores C_1 y C_2 , estas preferentemente deben ser menores a los 5pF, ya que valores más grandes degradan la respuesta en frecuencia del amplificador cuando está se encuentra en la banda de HF, al mismo tiempo, ocupan un área mayor, lo cual es un factor no deseado. Ahora bien, nótese que al limitar las magnitudes de estos capacitores a unos cuantos pico Faradios necesariamente las magnitudes de gm_1 y gm_2 deben ser necesariamente del orden de 10^{-6} , ya que de lo contrario la frecuencia central del filtro rayaría en valores inalcanzables para la tecnología disponible, valores del orden de 10^9 . El problema es que para poder obtener una Q mayor, las magnitudes de gm_1 y gm_2 deben ser mayores que la magnitud de gm_3 , por lo tanto parece inasequible tener un factor de calidad relativamente alto con la topología presentada en esta sección.

A continuación, en la figura 16 presentamos un diseño mejorado del filtro pasabanda bicuadrático, que ahora tiene un factor de calidad Q enriquecido, mediante la inclusión de un lazo de retroalimentación en el grafo de flujo de señal del filtro pasabanda gm-C de la figura 15.

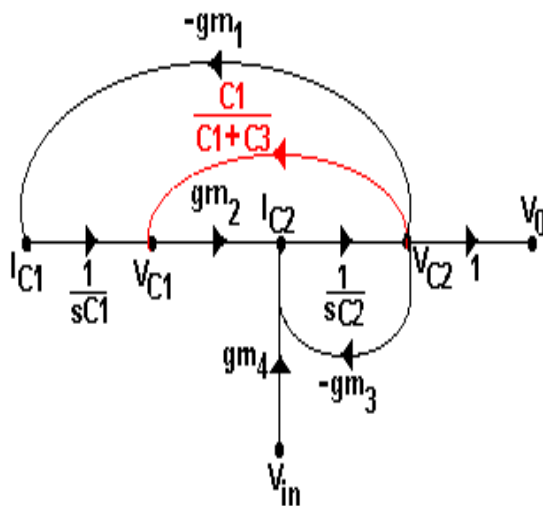


Figura 16. Inclusión del lazo de retroalimentación en el grafo de señal del filtro gm-C para enriquecer el factor de calidad Q .

Si ahora aplicamos la fórmula de Mason tenemos al grafo de la figura 16, tenemos:

$$T(s) = \frac{\frac{gm_4 s}{C_2}}{s^2 + \frac{gm_3 C_1 + (gm_3 - gm_2) C_3}{C_2(C_1 + C_3)} s + \frac{gm_1 gm_2}{C_1 C_2}} \quad (43)$$

Haciendo $gm_3 = gm_2$ tendríamos

$$T(s) = \frac{\frac{gm_4 s}{C_2}}{s^2 + \frac{gm_2 C_1}{C_2(C_1 + C_3)} s + \frac{gm_1 gm_2}{C_1 C_2}} \quad (44)$$

Con lo que finalmente el factor de calidad Q queda

$$Q = \sqrt{\frac{gm_1}{gm_2}} \sqrt{\frac{C_2}{C_1} \frac{C_1 + C_3}{C_1}} \quad (45)$$

Los demás términos, tal es el caso de la frecuencia central ω_0 permanecen tal y como en las expresiones originales. Podemos ver que la inclusión del lazo retroalimentado en el grafo de la figura 16 hace un muestreo de voltaje y retroalimenta voltaje mediante un divisor capacitivo, lo cual puede incluirse en el diagrama eléctrico del filtro mediante un capacitor flotado entre el nodo de salida del sistema y el nodo de salida del primer integrador del sistema tal y como se muestra en la figura 17.

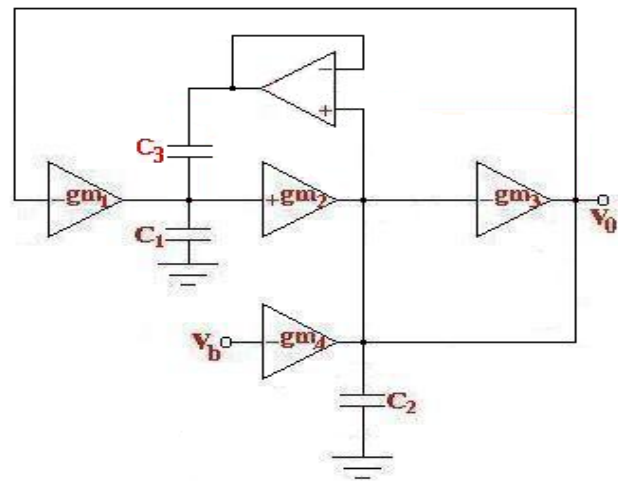


Figura 17. Diagrama eléctrico del filtro con factor de calidad Q enriquecido.

El amplificador operacional (OPAM) en configuración de seguidor de voltaje tiene la función de aislar el lazo de retroalimentación de C_3 para que de este modo sea unidireccional.

CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos podemos sacar las siguientes conclusiones:

La fórmula de Mason es aplicable en la solución de cualquier circuito analógico.

Los resultados en forma simbólica permiten visualizar el problema en forma global, i.e. en sistemas de retroalimentación múltiple.

El diseño de filtros gm-C mediante el uso de gráficas de flujo de señal permite buscar alternativas para mejorar las características de un diseño



determinado, tal es el caso del incremento en la selectividad del filtro.

Se puede diseñar con estructuras bicuadráticas generales de transconductancia-capacitancia filtros gm-C óptimos y generalizar a estructuras de orden superior.

AGRADECIMIENTOS

Hago extenso mi agradecimiento de manera especial al c Dr. Arturo Prieto Fuenlabrada y al c Dr. José Joel García Delgado, quienes en ausencia de su valiosa ayuda este trabajo jamás hubiera visto la luz.

REFERENCIAS

- [1] Chua, Leon, O., Pen-Min Lin, *Computer Aided Analysis of Electronics Circuits* (Nueva York, Prentice Hall, 1983)
- [2] Kardontchik, Jaime, *Introduction to the design of transconductor-capacitor filters*



(Massachusetts, Kluwer Academic Publishers, 1992)

- [3] Silva Martínez, José, Steyaert, Michiel, Sansen, Willie, *High performance CMOS continuous-time filters* (Massachusetts, Kluwer Academic Publishers, 1993)
- [4] Huelsman, A., Allen, A., *Active filter Design* (Nueva York, Mc Graw Hill, 1976)
- [5] García Delgado, José Joel, Prieto Fuenlabrada, Arturo, *Diseño de un filtro pasabajas completamente diferencial usando técnicas de bajo voltaje*, Congreso nacional de electrónica, Chihuahua, 1997, 500-506.
- [6] Nauta, Bram, *Analog CMOS filters for very high frequencies* (Massachusetts, Kluwer Academic Publishers, 1993)
- [7] Qiuting Huang, A MOSFET-Only Continuous-Time Bandpass Filter, *IEEE Journal of Solid State*, 32(2), 1997, 147-158.